

# Planejamento de entregas em áreas urbanas considerando recarregamento intermediário, veículos com múltiplos compartimentos e restrição de acesso

*Urban delivery planning considering intermediate replenishment, vehicles with multiple compartments vehicles and site dependent*

Henrique Fiorot Astoures<sup>1</sup>, Rodrigo de Alvarenga Rosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo – Brasil, fiorotastoures.henrique@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo – Brasil, rodrigo.a.rosa@ufes.br

## Recebido:

5 de julho de 2020

## Aceito para publicação:

9 de outubro de 2020

## Publicado:

16 de novembro de 2020

## Editor de área:

Claudio Barbieri da Cunha

## Palavras-chaves:

Recarregamento intermediário.

Múltiplos compartimentos.

Restrição de acesso.

Logística urbana.

## Keywords:

Intermediate replenishment

facilities vehicle routing problem.

Multiple compartment vehicle

routing problem.

City logistics.

DOI:10.14295/transportes.v28i4.2414



## RESUMO

Face ao aumento da demanda por transporte de mercadorias por comércios e residências nos últimos anos e, considerando as restrições de entrada de caminhões de grande porte impostas pelas cidades, faz-se necessário planejar as entregas de maneira diferente. Assim, esse artigo propõe o planejamento da entrega de mercadorias considerando recarregamento intermediário na rota, veículos com múltiplos compartimentos, alocação independente das caixas, período de atendimento e restrições de acesso nos clientes. Para planejar as entregas em áreas urbanas, é proposta uma nova classe de problema denominada *Site Dependent Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities and Time Windows* com objetivo de minimizar o custo total do transporte. Foi analisado o problema de uma empresa que está em implantação na cidade de Vitória, ES. Utilizou-se o CPLEX 12.8 para resolver o modelo e os resultados mostraram que a disponibilidade de mais armazéns intermediários é a estratégia mais econômica.

## ABSTRACT

Due to the increasing demand in recent years for freight transportation by businesses and residences and, considering the access restrictions of large trucks imposed by cities, a new strategy is required to make deliveries within those cities. Thus, this article proposes a goods delivery planning considering route intermediate replenishment, vehicles with multiple compartments, independent boxes allocation time window for customer service and their access restrictions. A new model called *Site Dependent Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities and Time Windows* is proposed to minimize the total transportation cost. The problem of a company that is being implemented in the city of Vitória-ES was analyzed. CPLEX 12.8 was used to solve the model and the results showed that the most economical strategy is the availability of more intermediate warehouses.

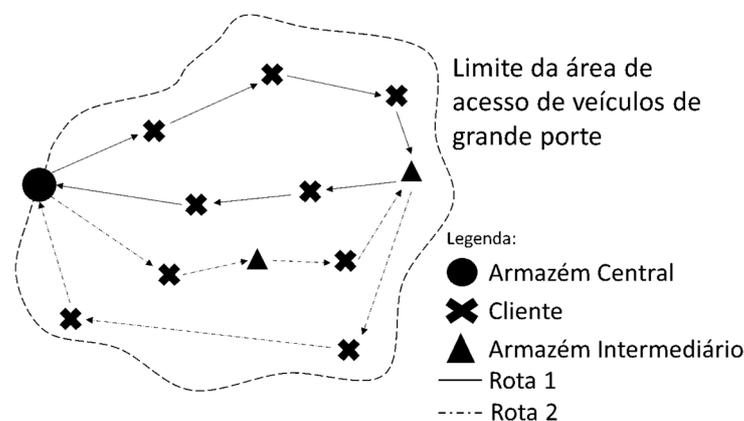
## 1. INTRODUÇÃO

Os centros urbanos, compostos por um grande número de lojas e residências, têm aumentando de tamanho rapidamente. Com este crescimento considerável, há um aumento na distribuição de mercadorias e, conseqüentemente, um aumento na necessidade de utilizar mais veículos para atender às suas necessidades de suprimentos, resultando em efeitos negativos para a

sociedade. Dentre esses efeitos pode-se mencionar os engarrafamentos, emissões de gases de efeito estufa, entre outros (Crainic *et al.*, 2004).

Considerando os impactos citados, algumas capitais do Brasil criaram leis que limitam ou proíbem a entrada de caminhões de grande porte em vias municipais como, por exemplo, Belo Horizonte, Porto Alegre, Rio de Janeiro, Salvador, São Paulo e Vitória (Agência Transporta Brasil, 2014). Se vierem a ser utilizados, estes veículos de grande porte devem descarregar então em armazéns centrais localizados nos limites de acesso das cidades, para então carregar veículos menores que entrarão nelas e efetivamente farão a entrega ao cliente final (Santana *et al.*, 2017). No que tange o fluxo de mercadorias e bens de consumo, o aumento significativo do comércio eletrônico (*e-commerce*) ressaltou os problemas referentes à entrega doméstica (Oliveira *et al.*, 2017). O e-commerce no Brasil apresenta um cenário positivo de crescimento, já que foram totalizados 123 milhões de pedidos realizados pela internet em 2018, o que representa um aumento de 10%, se comparado a 2017 (E-Bit, 2019). Atualmente, este crescimento tem sido mais expressivo devido ao isolamento social imposto pela pandemia do novo Corona-vírus.

Portanto, este artigo propõe uma abordagem inovadora para planejar a distribuição de mercadorias dentro de centros urbanos com restrição de entrada de veículos de grande porte. Este planejamento considera o uso de armazéns intermediários e veículos de pequeno porte. No entanto, veículos de pequeno porte, por sua limitação de carga, só conseguem fazer pequenas rotas, tendo que voltar ao armazém central, perdendo muito tempo, necessitando mais veículos e/ou consumindo mais combustível. O planejamento compreende então a utilização de pequenos armazéns intermediários dentro das cidades, onde os veículos podem ser recarregados e continuar a sua rota sem ter que retornar ao armazém central para recarregar e iniciar uma nova rota (Figura 1). Quanto maior a área delimitada pelas leis de acesso, maiores são as vantagens da abordagem adotada.



**Figura 1.** Planejamento de entregas em centros urbanos utilizando armazéns intermediários.

Na Figura 1 pode ser visto que o armazém central está localizado na linha limítrofe da área de restrição de acesso da cidade. Assim, ele pode receber os veículos maiores e pode carregar os veículos menores para iniciar as rotas dentro da área da cidade. Os veículos de carga menores considerados são bicicletas elétricas e bicicletas convencionais, ambos com pequena capacidade de volume e peso. Em consequência dessa capacidade reduzida, essas bicicletas não conseguem atender muitos clientes em uma única rota e, assim, no planejamento, ao invés de re-

tornarem ao armazém central para recarregar, elas se direcionam para armazéns intermediários para serem recarregadas e, assim, poderem continuar suas rotas. Esses armazéns intermediários são carregados a noite, quando a restrição de acesso é liberada. Os veículos que fazem rotas dentro das cidades podem possuir vários compartimentos, permitindo o transporte de diferentes cargas que eventualmente são incompatíveis como, por exemplo, um refrigerante com um hambúrguer, ou alho com chocolate, por suas características de qualidade. O modelo matemático deste artigo atribui cada caixa nos compartimentos sem considerar suas características de compatibilidade. Alguns clientes, eventualmente, não podem receber todos os tipos de veículo por conta de sua localização geográfica, como em lugares íngremes, limitando a realização de entregas por um veículo específico. Isso acontece, por exemplo, em cidades como Vitória-ES que possuem bairros montanhosos. Bicicletas não motorizadas carregando uma carga tem extrema dificuldade de chegar ao local. Em alguns casos as impossibilita de transitar nesses endereços.

Para apoiar os tomadores de decisão da empresa de logística no planejamento das rotas considerando os armazéns intermediários, a frota heterogênea composta por veículos com múltiplos compartimentos, os períodos de atendimento estabelecidos pelos clientes e suas restrições de acesso para que as bicicletas possam entregar as mercadorias, este artigo propõe um modelo matemático que integra os modelos *Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities* (VRPIRF), o *Multi-Compartment Vehicle Routing Problem with Time Windows* (MCVRPTW) e o *Site Dependent Vehicle Routing Problem* (SDVRP), acrescentando a possibilidade de controlar em qual veículo e em que compartimento cada caixa é transportada. O novo modelo foi denominado de *Site Dependent Multiple Compartment Vehicle Routing Problem and Intermediate Replenishment Facilities with Time Windows* (SDMCVRPIRFTW). Na literatura científica, após revisão bibliográfica não foram encontrados artigos que propusessem a integração dos modelos mencionados anteriormente, tampouco tratassem cada caixa individualmente, controlando em que veículo/compartimento cada uma estaria.

O artigo foi organizado em seis seções. Na Seção 2, têm-se o referencial teórico que compreende o VRPIRF, o MCVRPTW e o SDVRP. Na Seção 3 é apresentado o modelo matemático proposto. Na Seção 4 são apresentadas a descrição do problema e as instâncias de teste. Na Seção 5 são realizadas as análises dos resultados. Na Seção 6 são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

O *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) é uma classe de problema que objetiva planejar rotas para veículos atenderem a demanda por produtos de um conjunto de clientes visando minimizar o custo de transporte. Dentre as várias classes do CVRP, destacam-se: o *Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities* (VRPIRF), o *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem* (MCVRP) e o *Site Dependent Vehicle Routing Problem* (SDVRP) (Braekers *et al.* 2016).

No VRPIRF, os veículos têm a possibilidade de recarregar seus compartimentos de carga em armazéns intermediários ao longo de suas rotas. Essa alternativa é especialmente interessante nos casos em que o armazém central se encontra a uma distância muito grande dos clientes a serem atendidos. Nesse caso, cada veículo começa e termina sua rota em um armazém central (Schiffer *et al.*, 2019). A revisão dos artigos relacionados ao VRPIRF mostra uma literatura limi-

tada sobre o assunto, por se tratar de um tema de desenvolvimento recente. Com isso, apresenta-se a seguir uma revisão destes artigos, bem como as diferentes nomenclaturas adotadas para o mesmo problema. No SDVRP existem restrições provenientes dos tipos de veículos e localização dos clientes que devem ser respeitadas para solução do problema. Neste caso, existe um conjunto de tipos de veículos que podem ser aceitos ou não para atender as demandas de determinados clientes (Lin *et al.*, 2014).

Crevier *et al.* (2007) introduziram o *Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Inter-Depot routes* (MDVRPI), onde propuseram uma heurística combinando o *Adaptive Memory Principle* (AMP), *Tabu Search* (TS) e *Integer Programming* (IP) e a testaram com instâncias de teste públicas. Tarantilis *et al.* (2008) introduziram o VRPIRF, utilizando uma meta-heurística híbrida com TS, o *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Guided Local Search* (GLS). Utilizaram instâncias de teste para avaliar o modelo. Hemmelmayr *et al.* (2013) estudaram o *Periodic Vehicle Routing Problem with Intermediate Facilities* (PVRP-IF) aplicando-o no contexto da coleta de resíduos e propuseram um VNS junto com programação dinâmica. Eles utilizaram instâncias de teste públicas.

Schneider *et al.* (2014) introduziram o *Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations* (E-VRPTW), combinando VNS e TS para resolvê-lo. Schneider *et al.* (2015) desenvolveram o *Vehicle Routing Problem with Intermediate Stops* (VRPIS), sendo o VRPIRF um caso específico do VRPIS. Eles propuseram o algoritmo *Adaptive Variable Neighborhood Search* (AVNS) e utilizaram instâncias de teste para avaliá-lo.

Brandão e Pureza (2015) apresentaram uma variação do E-VRPTW aplicado a entrega de produtos lácteos considerando vários períodos, janelas de tempo e paradas periódicas. Astoures *et al.* (2016) propuseram um modelo matemático para o VRPIRF no planejamento do suprimento de diesel das plataformas *offshore*. Os autores aplicaram o modelo ao problema real da Petrobras.

No MCVRP, cada veículo possui dois ou mais compartimentos (Silvestrin e Ritt, 2017). Este tipo de veículo é largamente utilizado em distribuição de produtos derivados do petróleo, coleta seletiva de resíduos (Henke *et al.*, 2015) e distribuição de encomendas em locais com restrição de acesso (Hübner e Ostermeier, 2018). Mesmo com grande aplicação, o MCVRP não tem sido estudado extensivamente, com poucas referências relacionadas à logística urbana.

Reed *et al.* (2014) utilizaram a meta-heurística *Ant Colony System* (ACS) para resolver o MCVRP no contexto da coleta de resíduos residenciais para a reciclagem. Henke *et al.* (2015) e Koch *et al.* (2016) consideraram compartimentos de tamanho variável. Yahyaoui *et al.* (2018) consideraram a entrega fracionada de produtos por veículos multi-compartimentos utilizando a meta-heurística AVNS.

Buhrkal *et al.* (2012) pesquisaram a coleta de lixo em centros urbanos considerando janelas de tempo e restrições de acesso. Utilizaram a meta-heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) que apresentou bons resultados em relação ao planejamento de uma empresa dinamarquesa de coleta de resíduos.

Como apresentado anteriormente, existem pesquisas sobre a roteirização de veículos com recarregamento em armazéns intermediários, considerando múltiplos compartimentos, janelas de tempo e restrição de acesso de veículos, porém não foram encontrados artigos que retratassem estes quatro problemas em conjunto. Além disso, no problema com múltiplos compartimentos, o presente artigo define e controla em que veículo e em que compartimento cada caixa

é transportada, o que ainda não foi proposto na literatura. Desta forma, pode-se dizer que o modelo matemático proposto propõe uma nova classe do problema de roteamento de veículos.

### 3. MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O problema tratado visa reduzir os custos da logística em centros urbanos com legislação que impeça a entrada de veículos de grande porte, considerando recarregamento intermediário, veículos menores com múltiplos compartimentos, restrição de acesso aos clientes e seus períodos de atendimento e alocação independente das caixas nos compartimentos. Ele se difere dos demais artigos publicados, pois utiliza o recarregamento de mercadorias em pontos estrategicamente localizados na cidade, chamados de armazéns intermediários, para conseguir realizar todas as entregas sem precisar regressar ao armazém central, como também contempla alocação em separado das caixas nos compartimentos, para isolar eventuais cargas com características especiais, restrição de acesso aos clientes, no qual só pode receber certo tipo de veículo por limitações do ponto de entrega e períodos de atendimento.

Cada cliente é atendido por somente um veículo que leva todas as caixas demandadas, que podem ser divididas entre os compartimentos do veículo. Caso um armazém intermediário possa ser visitado mais de uma vez por um veículo, deve ser considerado no modelo matemático que esta facilidade deve ser replicada quantas vezes forem necessárias.

O modelo matemático proposto é apresentado em cinco partes: conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições. Considerando  $nc$ , quantidade de clientes;  $nf$ , quantidade de armazéns intermediários;  $nv$ , número de veículos da frota;  $np$ , quantidade máxima de compartimentos;  $nx$ , caixas a serem entregues; e  $nt$ , número de tipos de veículos, os conjuntos são:

- $Cc$  Conjunto de clientes,  $Cc = \{1, \dots, nc\}$ ;
- $Cc0$  Conjunto que considera clientes e o armazém central,  $Cc0 = \{0, \dots, nc\}$ ;
- $V$  Conjunto que considera os clientes e os armazéns intermediários,  $V = \{1, \dots, nc + nf\}$ ;
- $V0$  Conjunto que considera o armazém central, os clientes e os armazéns intermediários,  $V0 = \{0, \dots, nc + nf\}$ ;
- $V1$  Conjunto que considera os clientes, os armazéns intermediários e o armazém central virtual,  $V1 = \{1, \dots, nc + nf + 1\}$ ;
- $VT$  Conjunto de todos os nós do grafo do problema,  $VT = \{0, \dots, nc + nf + 1\}$ ;
- $F$  Conjunto de armazéns intermediários,  $F = \{1, \dots, nf\}$ ;
- $F0$  Conjunto com o armazém central e os intermediários,  $F = \{0, \dots, nf\}$ ;
- $TV$  Conjunto de tipo de veículos,  $TV = \{1, \dots, nt\}$ ;
- $K$  Conjunto de veículos,  $K = \{1, \dots, nv\}$ ;
- $Cp$  Conjunto de compartimentos,  $Cp = \{1, \dots, np\}$ ;
- $C$  Conjunto de caixas dos clientes,  $C = \{1, \dots, nx\}$ ;

Os parâmetros são:

- $vlb_c$  Volume da caixa  $c \in C$ ;
- $vlc_{k,p}$  Volume do compartimento  $p \in Cp$  do veículo  $k \in K$ ;
- $pr_{i,c}$  Caixa  $c \in C$  do cliente  $i \in V$ ;
- $ck_k$  Custo ao utilizar o veículo  $k \in K$ ;

$ot$	Tempo médio de operação de carregamento e descarregamento de uma caixa;
$di_{i,j}$	Distância entre os nós $i \in VT$ e $j \in VT$ ;
$t_{i,j}$	Tempo de rota entre os nós $i \in VT$ e $j \in VT$ ;
$wti_i$	Início do período de atendimento do cliente $i \in VT$ ;
$wtf_i$	Fim do período de atendimento do cliente $i \in VT$ ;
$vt_k$	Tipo do veículo $k \in K$ disponível para alocação;
$vtc_{i,v}$	Tipo de veículo $v \in TV$ aceito pelo cliente $i \in Cc$ ;
$\varphi$	Parâmetro multiplicado à segunda parcela da função objetivo (custo de utilização do veículo). Adotou-se o valor 100;
$\Psi$	Parâmetro multiplicado à terceira parcela da função objetivo (tempo total da viagem). Adotou-se o valor 0,1;
$M$	Número arbitrário grande. Adotou-se o valor 99999,0.
$m$	Número arbitrário muito pequeno. Adotou-se o valor 0,0001.

As variáveis de decisão são:

$x_{i,j,k}$	Variável binária que assume o valor 1 caso o veículo $k \in K$ percorra o arco $(i,j) \in VT$ , e 0 caso contrário;
$te_{i,k}$	Tempo de chegada do veículo $k \in K$ no nó $i \in VT$ ;
$s_{c,p,k}$	Variável binária que assume o valor 1 caso a caixa $c \in C$ esteja dentro do compartimento $p \in Cp$ do veículo $k \in K$ , e 0 caso contrário;
$z_{i,k}$	Variável binária que assume valor 1 se o cliente $i \in Cc$ está sendo atendido pelo veículo $k \in K$ , e 0 caso contrário;
$l_{i,k,p,c}$	Indica a quantidade de caixas $c \in C$ no veículo $k \in K$ , no compartimento $p \in Cp$ , que está chegando no nó $i \in VT$ . Caso o nó seja o armazém central, $i = 0$ , então $l_{0,k,p,c}$ representa a carga que sai do armazém central.

A seguir são apresentadas a função objetivo e as restrições. As restrições do modelo matemático proposto podem ser analisadas em cinco partes. A primeira parte, Restrições (2) a (8), trata das condições primárias do CVRP. A segunda parte, Restrições (9) a (14), trata dos múltiplos compartimentos. A terceira parte trata do tempo total da operação e do período de atendimento dos clientes, Restrições (15) a (21). A quarta parte, Restrições (22) a (31), trata do recarregamento intermediário. A quinta e última parte, Restrições (32), trata da restrição de acesso nos clientes. A seguir são apresentadas a função objetivo e as restrições.

### Função Objetivo:

$$\text{Minimizar} \sum_{i \in VT} \sum_{j \in VT | i \neq j} \sum_{k \in K} cd_k di_{i,j} x_{i,j,k} + \varphi \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} ck_k x_{0,j,k} + \psi \sum_{i \in VT} \sum_{k \in K} te_{i,k} \quad (1)$$

### Sujeito a:

$$\sum_{j \in V1 | i \neq j} \sum_{k \in K} x_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \in Cc \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V1 | f+nc \neq j} x_{(f+nc),j,k} \leq 1 \quad \forall f \in F, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V1} x_{0,j,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V0 | i \neq y} x_{i,y,k} - \sum_{j \in V1 | j \neq y} x_{y,j,k} = 0 \quad \forall y \in V, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V0} x_{i,(nc+nf+1),k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$x_{(nc+nf+1),j,k} = 0 \quad \forall j \in VT, k \in K \quad (7)$$

$$x_{i,0,k} = 0 \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{j \in V1} x_{i,j,k} = z_{i,k} \quad \forall i \in Cc; k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{p \in CP} \sum_{k \in K} s_{c,p,k} = 1 \quad \forall c \in C \quad (10)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{p \in CP} s_{c,p,k} \leq M \sum_{j \in V} x_{0,j,k} \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$m \geq \sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} - M z_{i,k} \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (12)$$

$$m \leq \sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} + (1 - z_{i,k}) M \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} = z_{i,k} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} pr_{i,c} \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (14)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \\ | i \neq j, i = 0 \quad (15)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + ot \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} pr_{i,c} + t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \\ | i \neq j, i \geq 1 e i \leq nc \quad (16)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + ot \sum_{c \in C} \sum_{p \in CP} (l_{j,k,p,c} - l_{i,k,p,c}) + t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \\ | i \neq j, i \geq nc + 1 e \\ i \leq nc + nf \quad (17)$$

$$te_{i,k} \geq wt_i \sum_{j \in V1} x_{i,j,k} \quad \forall i \in V0, k \in K \quad (18)$$

$$te_{i,k} \leq wt_f \sum_{j \in V1} x_{i,j,k} \quad \forall i \in V0, k \in K \quad (19)$$

$$te_{(nc+nf+1),k} \geq wt_i \sum_{i \in V} x_{i,(nc+nf+1),k} \quad \forall k \in K \quad (20)$$

$$te_{(nc+nf+1),k} \leq wt_f \sum_{i \in V} x_{i,(nc+nf+1),k} \quad \forall k \in K \quad (21)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{0,k,p,c} + M (1 - x_{0,j,k}) \quad \forall j \in V1, k \in K, p \in CP, \\ c \in C | j \leq nc \quad (22)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{0,k,p,c} - M (1 - x_{0,j,k}) \quad \forall j \in V1, k \in K, p \in CP, \\ c \in C | j \leq nc \quad (23)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{i,k,p,c} - pr_{i,c} s_{c,p,k} + M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, \\ p \in CP, c \in C | i \neq 0 e i \neq j \quad (24)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{i,k,p,c} - pr_{i,c} s_{c,p,k} - M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, \\ p \in CP, c \in C | i \\ \neq 0 e i \neq j \quad (25)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{0,k,p,c} + M(1 - x_{0,j,k}) \quad \forall j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \mid j \leq nc \quad (26)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{0,k,p,c} - M(1 - x_{0,j,k}) \quad \forall j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \mid j \leq nc \quad (27)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{(i+nc),k,p,c} + pr_{j,c} s_{c,p,k} + M(1 - x_{(i+nc),j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \mid i \neq 0 \text{ e } i + nc \neq j \text{ e } j \leq nc \quad (28)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{(i+nc),k,p,c} + pr_{j,c} s_{c,p,k} - M(1 - x_{(i+nc),j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \mid i \neq 0 \text{ e } i + nc \neq j \text{ e } j \leq nc \quad (29)$$

$$\sum_{c \in C} l_{j,k,p,c} (vlb_c) \leq vl_{c,k,p} \sum_{i \in V1} x_{j,i,k} \quad \forall j \in VT, k \in K, p \in CP \quad (30)$$

$$l_{(nc+nf+1),k,p,c} = 0 \quad \forall k \in K, p \in CP, c \in C \quad (31)$$

$$\sum_{j \in VT} x_{i,j,k} = 0 \quad \forall i \in Cc, k \in K, \mid vt_{c_i,vt_k} = 0 \quad (32)$$

$$\sum_{j \in V1} \sum_{k \in K} x_{0,j,k} \geq 1 \quad (33)$$

$$\sum_{j \in V1} \sum_{k \in K} x_{0,j,k} \leq nk \quad (34)$$

$$x_{i,i,k} = 0 \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (35)$$

$$x_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in VT, j \in VT, k \in K \quad (36)$$

$$z_{i,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (37)$$

$$s_{c,p,k} \in \{0,1\} \quad \forall c \in C, p \in CP, k \in K \quad (38)$$

$$l_{i,k,p,c} \in \{0,1\} \quad \forall i \in VT, k \in K, p \in CP, c \in C \quad (39)$$

$$te_{i,k} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (40)$$

A Função Objetivo, Equação (1), foi dividida em três partes. A primeira representa o custo total do quilômetro rodado de um veículo para percorrer a distância entre dois nós distintos. A segunda parte representa a soma dos custos de utilização de cada veículo. Essas duas parcelas representam o custo total da logística para o atendimento das demandas dos clientes nos centros urbanos. A terceira parte representa o tempo total da rota. A função objetivo deve ser minimizada.

As Restrições (2) garantem que cada cliente seja visitado uma única vez. As Restrições (3) certificam que cada armazém intermediário seja visitado por um veículo no máximo uma vez. As Restrições (4) asseguram que cada veículo deve deixar o armazém central. As Restrições (5) garantem a conservação de fluxo presente nos problemas de roteamento. As Restrições (6) asseguram que todo veículo termina sua rota no armazém central virtual. As Restrições (7) garantem que nenhum veículo saia do armazém central virtual e as Restrições (8) garantem que nenhum veículo retorne para o armazém central inicial.

As Restrições (9) indicam se um determinado veículo visita um cliente. As Restrições (10) asseguram que uma caixa estará apenas em um compartimento de um veículo. As Restrições (11) garantem que se uma caixa é alocada no compartimento de um veículo, ele é considerado utilizado. As Restrições (12), (13) e (14) asseguram que o cliente tenha pelo menos uma caixa no veículo que o atende.

As Restrições (15) definem o tempo de chegada de um veículo em cada nó. As Restrições (16) definem que o tempo total de chegada de um veículo saindo de um cliente e indo em direção a novo cliente ou armazém intermediário seja o tempo de deslocamento entre estes nós, acrescido do tempo de operação para descarregar as caixas do cliente inicial. As Restrições (17) definem que o tempo total de chegada de um veículo saindo de um armazém intermediário e indo em direção a um cliente ou um novo armazém intermediário seja o tempo de deslocamento entre estes nós, acrescido do tempo de operação para carregar as caixas do armazém intermediário inicial. As Restrições (18) e (19) asseguram que o tempo total em um cliente ou armazém intermediário deve obedecer ao período de atendimento do nó visitado (janela de tempo). As Restrições (20) e (21) asseguram que o tempo de chegada no armazém central virtual deve obedecer ao seu período de atendimento definido (janela de tempo).

As Restrições (22) a (25) asseguram o descarregamento nos clientes. As Restrições (22) e (23) definem que o total carregado em um veículo que deixa o armazém central inicial e em direção a um cliente é igual à carga inicial do veículo. As Restrições (24) e (25) definem que o total carregado em um veículo saindo de um cliente para outro nó diferente do nó inicial e o armazém central inicial, é calculado como o total de caixas que o veículo chega no próximo cliente menos o total entregue no cliente anterior. As Restrições (26) a (29) asseguram o carregamento nos armazéns intermediários. As Restrições (26) e (27) definem que o total carregado em um veículo saindo do armazém central inicial e indo em direção a outro nó diferente dele é igual ao total que o veículo carregou no armazém central inicial. As Restrições (28) e (29) definem que o total carregado em um veículo saindo do armazém intermediário e indo em direção a outro nó diferente dele é calculado como o total de caixas que o veículo possui quando chega no armazém intermediário mais o total carregado no armazém intermediário. As Restrições (30) garantem que o volume das caixas não exceda o volume total dos compartimentos nos quais estão alocadas. As Restrições (31) asseguram que o veículo retorne sem carga para o armazém central virtual.

As Restrições (32) definem que o veículo só pode atender a um cliente se o tipo do veículo for compatível com o que o cliente pode receber. As Restrições (33) e (34) limitam o uso dos veículos à frota disponível. Como  $j \in V1$  tem-se  $x_{0,j,k} \geq 1$  porque pelo menos um veículo deve ser utilizado na frota, pois não há solução no problema de roteamento de veículos se pelo menos um veículo não for utilizado. Além disso, o máximo de veículos que pode ser utilizado é o número de veículos disponíveis,  $nk$ . As Restrições (35) garantem que não haverá *loop* e as Restrições (36) a (40) definem o domínio das variáveis de decisão.

#### 4. ESTUDO DE CASO E GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS

O modelo proposto na Seção 3 foi aplicado à um estudo de caso na cidade de Vitória, capital do Espírito Santo. Vitória possuía uma população estimada em 2018 de 358.000 habitantes (IBGE, 2018) e apresenta leis que restringem a circulação de caminhões de grande capacidade (Agência Transporta Brasil, 2014). Visando melhorar a mobilidade em Vitória, uma empresa de entregas urbanas está em fase de instalação no município e deseja utilizar dois tipos de veículos

na operação, a bicicleta elétrica de carga (Figura 2a), e a bicicleta convencional de carga (Figura 2b).

Foram elaboradas 12 instâncias a fim de testar o modelo matemático proposto. Para sua elaboração foram considerados os pontos planejados pela empresa de transporte para os armazéns intermediários e o armazém central. O local do armazém central foi posicionado próximo ao Aeroporto de Vitória e à BR-101 para facilitar a movimentação dos caminhões de maior porte no armazém central. Os armazéns intermediários foram alocados em pontos chave em Vitória para facilitar o recarregamento dos veículos em rota. Foram estudados os seguintes bairros: Barro Vermelho, Goiabeiras, Jardim da Penha, Mata da Praia, Morada de Camburi, Praia do Canto, Pontal de Camburi e Santa Luiza. A região em estudo pode ser observada na Figura 2c. Alguns bairros por estarem localizados em morros não podem ser acessados por bicicletas convencionais.



Figura 2. Tipos de bicicletas utilizadas e região de estudo

Estes veículos devem entregar encomendas e suprimentos para o comércio local e residências. Para facilitar a distribuição em locais mais distantes do armazém central, a frota pode ser recarregada em pontos estratégicos (armazéns intermediários) para coletar as encomendas necessárias para atender aos clientes da rota. Em alguns casos a bicicleta pode deixar o armazém central sem carregamento para carregar mais à frente, em um armazém intermediário, para então fazer a rota de entrega.

Não foram considerados os custos dos armazéns intermediários e da distribuição do armazém central para estes, pois a decisão de usar armazéns intermediários não é financeira, e sim uma necessidade em função da restrição de circulação de veículos maiores nos centros urbanos. A partir do armazém central, e/ou de um armazém intermediário, uma bicicleta pode atender a um ou mais clientes, limitado pela sua capacidade de carga e/ou limite de tempo de rota. Com o objetivo de minimizar os custos da entrega e tendo a bicicleta em rota, ela busca atender a todos os clientes passando, se necessário, para recarregar em um armazém intermediário e retornando ao armazém central novamente quando finalizar a rota. Após a realização de pesquisas, a empresa forneceu os dados aproximados da pré-implantação.

O tempo médio para operação de uma caixa é de 1 min e 12 s. Os armazéns intermediários são abastecidos durante a noite por caminhões de maior porte, que não são tratados neste artigo, de acordo com as rotas calculadas pelo modelo para o dia seguinte, para que estes arma-

zéns estejam operacionais durante o horário comercial. Conforme dados da empresa, a velocidade média é de 6,0 km/h. Os custos de utilizar uma bicicleta e o custo do quilometro rodado são em reais, respectivamente, de 480,50 e 1,00 para a bicicleta elétrica; e, respectivamente, de 167,30 e 0,40 para a bicicleta convencional. Os volumes das caixas foram obtidos junto à empresa, compreendendo o intervalo entre 0 e 0,080 m<sup>3</sup>. Os volumes dos compartimentos também foram fornecidos pela empresa, considerando as capacidades de 0,20 m<sup>3</sup> para cada compartimento da bicicleta elétrica e 0,25 m<sup>3</sup> para cada compartimento da bicicleta convencional.

A Tabela 1 mostra as características de cada instância. A coluna (1) indica o grupo de Instâncias que serão testadas sob circunstâncias descritas a seguir. A coluna (2) exibe as Instâncias testadas em cada grupo. A coluna (3) representa o número de clientes a serem atendidos. A coluna (4) exibe a quantidade de caixas que devem ser entregues. A coluna (5) indica o número de armazéns intermediários disponíveis para recarregamento. As colunas (6 e 8) exibem as quantidades de bicicletas elétricas e convencionais disponíveis para operação, respectivamente. As colunas (7 e 9) representam a quantidade de compartimentos disponíveis em cada bicicleta. A coluna (10) indica se foi considerado ou não a restrição de acesso aos clientes.

O Grupo 1 retrata a situação inicial de atendimento da empresa de transporte. A Instância 1 representa a menor situação, no qual consideram-se 6 clientes a serem atendidos no bairro de Mata da Praia e Morada de Camburi com somente um armazém intermediário para recarregar os veículos e estão disponíveis 3 veículos, duas bicicletas elétricas e uma convencional. A frota obedece ao turno de trabalho dos condutores de veículos de 8 horas diárias. Foram considerados 2 compartimentos na bicicleta elétrica e 1 na bicicleta convencional para entregar 20 caixas ao todo. As Instâncias 2, 3 e 4 são semelhantes à Instância 1, diferenciando-se no número de clientes, i.e., 8, 10 e 14 clientes, respectivamente, e na quantidade de caixas a distribuir, i.e., 22, 24 e 28 caixas, respectivamente. A Instância 4 possui uma frota de 2 bicicletas elétricas e 2 bicicletas convencionais.

**Tabela 1 – Características das Instâncias**

G	I	Nº Clientes	Qtd de Caixas	Nº Arm. Intermediários	Frota Elétrica		Frota Convencional		Restrição de Acesso
					Qtd.	Qtd. Comp.	Qtd.	Qtd. Comp.	
1	1	6	20	1	1	2	2	1	Sim
	2	8	22						
	3	10	24						
	4	14	28						
2	3	10	24	1	1	2	2	1	Sim
	5	10							
	6	10							
3	3	10	24	1	1	3	2	1	Sim
	7	10							
	8	10							
	9	10							
4	3	10	24	1	1	2	2	1	Sim
	10	10							
5	11	20	34	2	2	2	2	1	Sim
	12	30							

O Grupo 2 representa uma expansão operacional da empresa e considera os bairros da Instância 1 acrescentando Jardim da Penha, Pontal de Camburi e Barro Vermelho. Tem o propósito de avaliar o impacto do número de armazéns intermediários disponíveis. Além das Instâncias 5 e 6, considera-se nesta análise a Instância 3. O Grupo 3 tem o propósito de testar a influência da

alteração no número de compartimentos dos veículos. Além das Instâncias 7, 8 e 9, considera-se nesta análise a Instância 3. O Grupo 4 tem o propósito de testar a influência da restrição de acesso nos clientes, ou seja, o impacto de delimitar qual veículo pode atender determinado cliente. O Grupo 5 retrata a situação hipotética com mais clientes, considerando todos os bairros da região em estudo, representando a maior expansão da empresa.

## 5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

O *solver* CPLEX, versão 12.8, foi utilizado para resolver o modelo proposto. Foi utilizado um computador Intel Xeon Silver 4116, 2 processadores de 2.10 GHz com 16 núcleos, e 128 GB de memória RAM. As instâncias foram executadas por no máximo 10 horas, 36.000 segundos. Na Tabela 2 são apresentados os resultados do CPLEX. As duas primeiras colunas indicam os grupos (G) e as Instâncias testadas (I). A terceira coluna representa o valor obtido para a Função Objetivo (FO). A quarta, quinta e sexta colunas representam o *Upper Bound* (UB), o *Lower Bound* (LB) e o *gap* obtido pelo CPLEX. A sétima coluna representa o tempo de execução do CPLEX (TE). Considerou-se na FO a utilização dos parâmetros  $\varphi$  e  $\Psi$  que foram multiplicados à segunda e à terceira para da função objetivo, respectivamente, com os valores 100 e 0,1. Estes valores foram adotados para priorizar o objetivo da empresa que é a redução dos custos de utilização do veículo em relação ao tempo total de viagem que é um objetivo secundário da empresa.

**Tabela 2** – Resultados obtidos pelo CPLEX

G	I	FO	UB	LB	Gap (%)	TE (s)
1	1	64.796,11	64.796,11	64.796,11	0	4,45
	2	64.799,49	64.799,49	64.799,49	0	13,92
	3	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	38,13
	4	64.804,46	64.804,46	64.804,46	0	468,53
2	3	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	38,13
	5	64.789,36	64.789,36	64.789,36	0	41,73
	6	64.783,77	64.783,77	64.783,77	0	79,00
3	3	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	38,13
	7	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	915,41
	8	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	103,67
	9	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	2.578,75
4	3	64.803,11	64.803,11	64.803,11	0	38,13
	10	33.473,78	33.473,78	33.473,78	0	1.919,80
5	11	129.596,57	129.596,57	64.808,81	49,99	36.000,00
	12	-	-	64.812,65	-	36.000,00

O CPLEX encontrou a solução ótima para as Instâncias 1 a 10. Para a Instância 11, o *solver* parou com um *gap* alto após 10 horas de processamento com pelo menos uma solução viável. O custo da melhor solução obtida está mostrado na coluna UB. No Grupo 4 foi analisado a influência da restrição de acesso nos resultados operacionais. A Instância 10 não possuía obrigatoriedade da restrição de acesso e sua solução ótima foi encontrada com duas bicicletas convencionais, tendo um armazém intermediário a disposição. A restrição de acesso é muito significativa para o problema, mostrando a importância dela no planejamento das entregas.

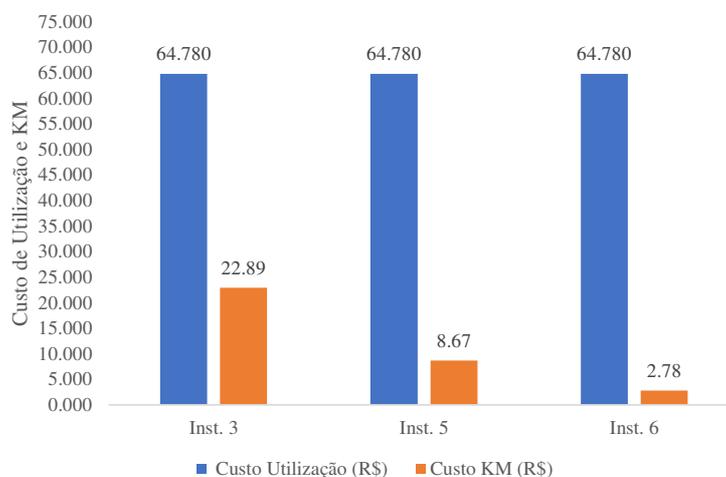
O Grupo 5 teve por objetivo analisar a capacidade do modelo ser resolvido de forma ótima em instâncias maiores. A Instância 11 encontrou solução, porém com *gap* igual a 49,99%, utili-

zando duas bicicletas elétricas e duas bicicletas convencionais, tendo dois armazéns intermediários a disposição. Na Instância 12, o CPLEX não encontrou nenhuma solução viável após 10 horas de execução, encontrando apenas um LB. Como não foi possível comparar os resultados com os dados da empresa, por motivo de sua recente implantação, optou-se, com base na Tabela 3 e nos Gráficos 1 e 2, apresentar as análises mais relevantes dos resultados operacionais dos Grupos 2 e 3.

Quando se analisa o aumento do número de armazéns intermediários disponíveis (Instâncias 5 e 6), nota-se que o custo maior não pode ser reduzido pela restrição de acesso, e por conta dessa restrição teve-se que usar uma bicicleta elétrica e uma bicicleta convencional. No entanto, como se tem mais armazéns intermediários, pode-se fazer rotas melhores que permitem reduzir a quilometragem total percorrida pelas bicicletas em 62,12% na Instância 5 e 87,85% na Instância 6 quando comparado com os resultados da Instância 3.

**Tabela 3** – Análises dos resultados operacionais mais relevantes

G	I	Custo Bicicleta		Qtd. Bicicletas Utilizadas		Redução do KM em relação a Instância 3 (%)
		Utilização (R\$)	KM (R\$)	Elétrica	Convencional	
2	3	64.780,0	22,89	1	1	-
	5	64.780,0	8,67	1	1	62,12
	6	64.780,0	2,78	1	1	87,85
3	3	64.780,0	22,89	1	1	-
	7	64.780,0	22,89	1	1	0
	8	64.780,0	22,89	1	1	0
	9	64.780,0	22,89	1	1	0

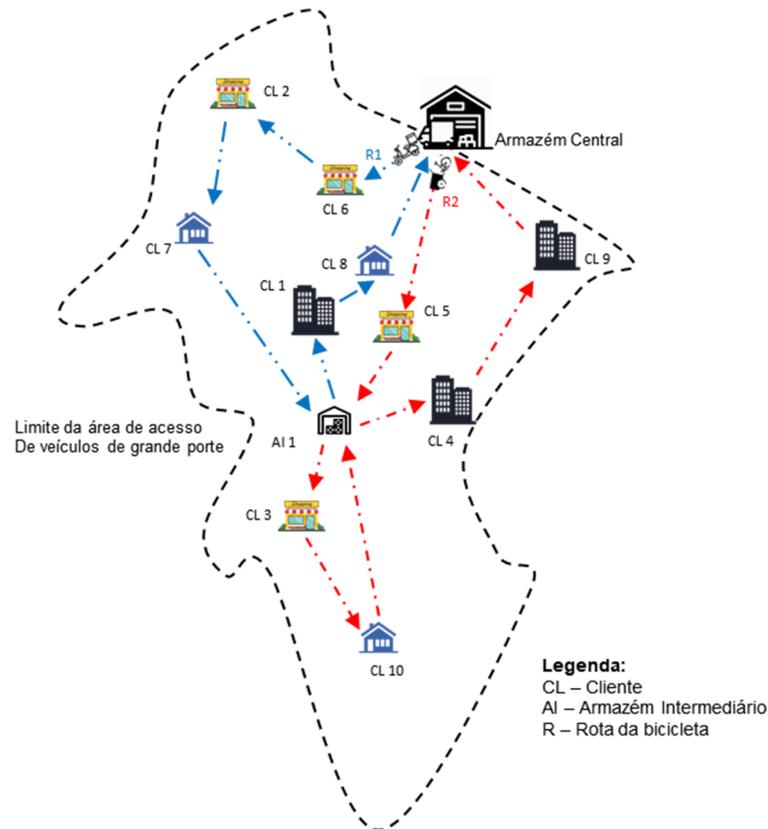


**Gráfico 1.** Análise dos custos operacionais de utilização e KM do Grupo 2

Em relação ao aumento no número de compartimentos disponíveis nas bicicletas (Instâncias 7, 8 e 9), mantendo o mesmo volume, verifica-se que não houveram alterações nos custos de utilização e da distância percorrida quando comparado com a Instância 3. Somente haverá alterações nos custos se existirem cargas incompatíveis de serem transportadas em um mesmo compartimento, questão que não é contemplada neste artigo.

O problema de múltiplos compartimentos somente será significativo para os custos da rota se houver impedimento de tipos de mercadorias serem armazenadas conjuntamente no mesmo compartimento. Como hoje isso não é tratado no modelo, não houve diferença nos custos. No entanto, é importante que o modelo esteja preparado para este tipo de situação cotidiana, como

por exemplo motocicletas que transportam baterias precisam tê-las separadas das ferramentas e bicicletas que entregam comida e bebida, por sua condição de manutenção, quente e gelado, respectivamente, não podem ser carregados no mesmo compartimento. Então nesses casos os múltiplos compartimentos fazem diferença nos custos finais. Destes resultados, nota-se que o aumento de armazéns intermediários (Instância 6) foi o que trouxe os melhores resultados.



**Figura 3:** Esquemas das Rotas realizadas na Instância 3.

O esquema de roteamento das bicicletas na Instância 3 pode ser visualizado na Figura 3. Na Rota 1 (R1) a bicicleta elétrica sai com as caixas do armazém central para atender no limite da sua capacidade os Clientes 6, 2 e 7. Para continuar a sua rota, faz uma parada no Armazém Intermediário 1 e realiza em seguida entregas nos Clientes 1 e 8. No final da rota, i. e., no retorno ao Armazém Central, a bicicleta deve estar completamente vazia. Já na Rota 2 (R2), a bicicleta convencional sai com caixas para atender o Cliente 5. Faz uma parada no Armazém Intermediário 1 e realiza em seguida entregas nos Clientes 3 e 10. Saindo do Cliente 10, faz mais uma parada no Armazém Intermediário 1 para coletar caixas e realizar as entregas nos Clientes 4 e 9, retornando vazio ao Armazém Central. A quantidade de caixas dentro dos compartimentos de cada cliente é determinada por meio do modelo matemático.

Após as análises realizadas, pode-se dizer que o planejamento, por meio da utilização do modelo matemático proposto, gera benefícios para empresas de logística urbana que operam com restrição da entrada de veículos de grande porte e restrições de acesso aos clientes.

## 6. CONCLUSÕES

Considerando que as cidades têm imposto restrições para a entrada de caminhões de grande

porte dentro de áreas delimitadas, este artigo propôs um planejamento de entregas considerando recarregamento intermediário na rota, veículos com múltiplos compartimentos, alocação independente das caixas, períodos de atendimento estabelecidos pelos clientes e suas restrições de acesso. Para este planejamento, foi proposta uma nova classe de problema denominado *Site Dependent Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities and Time Windows* com o objetivo de minimizar o custo total do transporte além de minimizar o tempo de viagem. O modelo é inovador ao propor a união dos modelos MCVRP, VRPIRF e SDVRP. Também é inovador por abordar uma estratégia de entrega em centros urbanos ainda não publicada.

O modelo foi testado em 12 Instâncias de *benchmark* geradas a partir de dados de uma empresa que está em processo de implantação na cidade de Vitória-ES. O CPLEX 12.8 foi utilizado para resolver o modelo matemático proposto que encontrou a solução ótima para 10 instâncias. Na Instância 11, o *solver* encontrou uma solução viável com *gap* residual muito grande após 10 horas de processamento e, na Instância 12, ele não encontrou nenhuma solução viável, encontrando apenas um limitante inferior.

Os resultados mostraram que as Instâncias que possuem mais armazéns intermediários disponíveis chegaram ao menor valor da função objetivo. No entanto, não foram considerados os custos desses armazéns, tendo em vista que os mesmos já estão instalados e são uma premissa da empresa. Os resultados da análise da adição de restrição de acesso foram satisfatórios, quando comparados com a instância base (Instância 3), demonstrando sua importância no planejamento das entregas urbanas. Os resultados da análise do aumento no número de compartimentos disponíveis dos veículos mostraram que não houve alteração nos custos de utilização e da distância total percorrida quando comparado com a Instância que não a considera, devendo-se ao fato de que os múltiplos compartimentos são sensíveis se houver restrições quanto ao transporte conjuntamente de certas cargas incompatíveis, questão essa que não foi contemplada no artigo.

Como trabalhos futuros, sugere-se: desenvolvimento de uma meta-heurística para resolver o modelo matemático proposto, alterar a função objetivo do modelo para considerar o custo dos armazéns intermediários, e considerar a restrição de incompatibilidade de alguns produtos dentro de um mesmo compartimento.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPES (75528452/2016) e ao CNPq (307797/2019-8) pelo apoio financeiro.

#### REFERÊNCIAS

- Agência Transporta Brasil. (2014). Mais de cem municípios do Brasil já criaram restrição ao trânsito de caminhões. Disponível em: < <http://www.transportabrasil.com.br/2014/11/mais-de-cem-municipios-do-brasil-ja-criaram-restricao-ao-transito-de-caminhoes/>>. Acesso em: 20 junho 2019.
- Astoures, H. F., de Alvarenga Rosa, R., e da Silva Rosa, A. L. (2016). Planning the Diesel Supply for Offshore Platforms by a Mathematical Model Based on the Vehicle Routing Problem with Replenishment. *Transportation Research Procedia*, v. 18, p. 11-18. DOI <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.12.002>.
- Braekers, K., Ramaekers, K., e Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, v. 99, p. 300-313. DOI <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>.
- Brandão, R., e Poreza, V. (2015) Distribuição de laticínios com restrições de recarga via programação matemática. XXIX Anpet, p. 9-13.
- Buhrkal, K., Larsen, A., e Ropke, S. (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, v. 39, p. 241-254. DOI <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.03.105>.
- Crainic, T.G., Ricciardi, N. e Storchi, G. (2004). Advanced freight transportation systems for congested urban areas. *Transportation Research, Part C*, v. 12, n. 2, p. 119-137. DOI <https://doi.org/10.1016/j.trc.2004.07.002>.

- Crevier, B., Cordeau, J. F., e Laporte, G. (2007). The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, v. 176, n. 2, p. 756-773. DOI <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.08.015>.
- E-Bit. Webshoppers, 35. 2019. Disponível em: <<https://www.ebit.com.br/webshoppers>>. Acesso em: 28 de novembro de 2019.
- Google. (2019). Google My Maps. Disponível em: <<https://www.google.com.br/maps/preview>>. Acesso em: 10 junho 2019.
- Hemmelmayr, V., Doerner, K. F., Hartl, R. F., e Rath, S. (2013). A heuristic solution method for node routing based solid waste collection problems. *Journal of Heuristics*, v. 19, n. 2, p. 129-156. DOI 10.1007/s10732-011-9188-9.
- Henke, T., Speranza, M. G., e Wäscher, G. (2015). The multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes. *European Journal of Operational Research*, v. 246, no. 3, p. 730-743. DOI <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.020>.
- Hübner, A., e Ostermeier, M. (2018). A multi-compartment vehicle routing problem with loading and unloading costs. *Transportation Science*, v. 53, n. 1, p. 282-300. DOI <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0775>.
- IBGE. (2018). Panorama dos municípios do Brasil: Município de Vitória. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/es/vitoria/panorama>>. Acesso em: 22 junho 2019.
- Koch, H., Henke, T., e Wäscher, G. (2016). A genetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes. Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management. Working Paper Series, n. 4. DOI <https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2018-552>.
- Lin, C., Choy, K. L., Ho, G. T., Chung, S. H., e Lam, H. Y. (2014). Survey of green vehicle routing problem: past and future trends. *Expert Systems With Applications*, v. 41, n. 4, p. 1118-1138. DOI <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.07.107>.
- Oliveira, L. K., Morganti, E., Dablanc, L., e Oliveira, R. L. M. (2017). Analysis of the potential demand of automated delivery stations for e-commerce deliveries in Belo Horizonte, Brazil. *Research in Transportation Economics*, v. 65, p. 34-43. DOI <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2017.09.003>.
- Reed, M., Yiannakou, A., e Evering, R. (2014). An ant colony algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, v. 15, p. 169-176. DOI <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.10.017>.
- Santana, R. A., Rosa, R. D. A., Astoures, H. F., e Silva, D. S. D. (2017). Planning the distribution of goods in the context of city logistics considering split deliveries with access and time restrictions. *International Journal of Logistics Systems and Management*, v. 28, n. 4, p. 507-527. DOI <https://doi.org/10.1504/IJLSM.2017.087789>.
- Schiffer, M., Schneider, M., Walther, G., e Laporte, G. (2019). Vehicle routing and location routing with intermediate stops: A review. *Transportation Science*, v. 53, n. 2, p. 319-343. DOI <https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0836>.
- Schneider, M., Stenger, A., e Goeke, D. (2014). The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation Science*, v. 48, n. 4, p. 500-520. DOI <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0490>.
- Schneider, M., Stenger, A., e Hof, J. (2015). An adaptive VNS algorithm for vehicle routing problems with intermediate stops. *OR Spectrum*, v. 37, n. 2, p. 353-387. DOI <https://doi.org/10.1007/s00291-014-0376-5>.
- Silvestrin, P. V., e Ritt, M. (2017). An iterated tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 81, p. 192-202. DOI <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.12.023>.
- Tarantilis, C. D., Zachariadis, E. E., e Kiranoudis, C. T. (2008). A hybrid guided local search for the vehicle-routing problem with intermediate replenishment facilities. *INFORMS Journal on Computing*, v. 20, n. 1, p. 154-168. DOI <https://doi.org/10.1287/ijoc.1070.0230>.
- Yahyaoui, H., Kaabachi, I., Krichen, S., e Dekdouk, A. (2018). Two metaheuristic approaches for solving the multi-compartment vehicle routing problem. *Operational Research*, p. 1-24. DOI <https://doi.org/10.1007/s12351-018-0403-4>.