

ARTIGO

REDEFINIÇÃO AUTOMÁTICA DA REDE DE TRANSPORTE COLETIVO PARA ALOCAÇÃO DE FLUXO DE EQUILÍBRIO

Fernando Ramiro Castro Aragón

José Eugenio Leal

Departamento de Engenharia Industrial

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

RESUMO

Muitas formulações para resolver problemas de alocação de fluxos para o transporte coletivo utilizam redes lógicas redefinidas a partir de uma rede inicial para este modo de transporte. A rede de transporte coletivo é redefinida criando-se nós e arcos adicionais à representação da rede viária, para permitir a aplicação de algoritmos que modelam o comportamento dos passageiros na hora da escolha da rota e para poder representar os diferentes componentes do tempo total de viagem como os tempos de caminhada, tempos de espera, tempos de transbordo e tempos de descida nos pontos de parada. Este trabalho visa demonstrar que este processo de redefinição da rede pode ser executado de uma forma automática a partir de certas informações do modelo de rede original e dos itinerários das linhas de ônibus.

ABSTRACT

Most approaches of transit network problems use a redefined network that consider behavioral assumptions and different components of total travel time. The purpose of this article is to demonstrate that it is possible to automate the representation of a logic transit network, including

walking arcs, waiting arcs, transfer arcs and alighting arcs, starting from some representation of the street network and from transit lines information as itineraries, frequency and speed.

1. INTRODUÇÃO

O problema da modelagem de escolha de rotas numa rede de transporte coletivo (TC) tem sido considerado por vários autores. Diferentes abordagens têm sido desenvolvidas para representar as escolhas feitas pelos passageiros nos pontos de parada, que são servidos por várias linhas de ônibus (linhas comuns). Estas abordagens estão baseadas, implícita ou explicitamente, em certas hipóteses do comportamento dos passageiros. Os passageiros conhecem os tempos de viagem, mas a única informação disponível para eles é, enquanto viajam, qual a primeira linha a chegar na parada. Em função da informação disponível, os passageiros determinam estratégias que os levarão aos seus destinos, minimizando uma função de custo generalizado.

As hipóteses acerca do comportamento dos passageiros, o problema das linhas comuns no mesmo ponto de parada, os diferentes componentes do tempo total de viagem, como tempo de caminhada, tempo de espera, tempo de transbordo e tempo de descida do veículo, fazem com que seja necessária uma representação lógica diferente da rede física, com um novo modelo de rede, que denominaremos de rede lógica, mais apropriado para a aplicação dos algoritmos.

Diversas abordagens de problemas de redes de TC, como Spiess(1983), Wu *et al.*(1994), Nguyen e Pallottino(1988), Nguyen *et al.*(1998), utilizam algoritmos que são aplicados em redes generalizadas que representam o problema. No entanto, estas redes não são criadas de uma maneira automática, tendo-se que criar a rede lógica de uma forma manual, antes de utilizar as implementações dos algoritmos para resolver o problema.

Entrou-se em contato com alguns autores das abordagens mais referenciadas em pesquisas sobre redes de TC e estes revelaram que

para aplicar seus algoritmos, eles tiveram que redefinir a rede de TC manualmente para obter a rede lógica. Este é o procedimento atualmente executado antes da aplicação destes algoritmos. Pensando em partir de uma estrutura padronizada da rede original e redefinindo a rede em forma automática, é que foi iniciada esta pesquisa.

O objetivo deste trabalho é demonstrar que é possível criar uma rede generalizada de forma automatizada para qualquer rede, a partir de certos dados da rede de TC como itinerários das linhas de ônibus, frequência, velocidade ou tempo de deslocamento nos trechos, preparados de uma forma estruturada de modo a automatizar este processo.

2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Para Oppenheim (1994), a escolha de rotas em redes de TC tem uma diferença fundamental com o caso de redes de transporte individual: o usuário do TC deve, em geral, esperar por um veículo, chegar antes de abordá-lo, enquanto o transporte individual (carro) está sempre imediatamente disponível. Em termos de arcos da rede, os arcos da rede viária são servidos instantaneamente, enquanto os arcos de TC são servidos somente em forma periódica. O tempo de espera correspondente para o TC (o qual é zero para carros particulares), será em geral aleatório, se assumirmos que, tanto o tempo de chegada na parada dos passageiros, como o tempo de chegada do ônibus, são aleatórios. Transferências entre diferentes linhas de ônibus originarão também tempos de espera aleatórios. Além disso, os usuários do TC devem também ir e voltar das estações de ônibus antes e depois da viagem, resultando em tempos de acesso e saída.

Estes vários aspectos de uma viagem de um usuário do TC implicam em um tempo de viagem randômico, e conseqüentemente em uma utilidade de rota randômica, como é avaliado por cada usuário individualmente. Esta é a diferença fundamental com o caso determinístico do usuário de transporte individual, em que o usuário, e conseqüentemente o planejador, conhece a utilidade com certeza. Também no caso

probabilístico do usuário de transporte individual, o usuário, mas não o planejador, tem conhecimento da utilidade.

Este aspecto fundamental das redes de TC tem sido considerado de diferentes formas em vários modelos de escolha de rota em redes de TC. Muitos destes modelos estão baseados em uma transformação da rede de TC em uma rede de carros particulares, de modo que seja possível a aplicação de uma alocação numa rede determinística.

Chriqui (1975), Chriqui e Robillard (1975), Spiess (1984) e Spiess e Florian (1989) estão entre os primeiros em desenvolver uma abordagem que, explicitamente, trata estes aspectos em redes de TC.

Mandl (1978) desenvolve um algoritmo de caminho mais curto apropriado às redes de um sistema de transporte público urbano, que, para ele, tem características especiais: os vértices desta rede, usualmente indicam uma parada ou, de modo mais geral, uma área de uma cidade que tem que ser servida nessa parada. Esta área deveria ser suficientemente pequena para permitir chegar a cada ponto dentro dela indo a pé desde a parada. Mandl considera, no seu modelo, que a maioria de linhas usa os mesmos arcos nos dois sentidos (o que é verdadeiro no caso do metrô e às vezes não é válido para os ônibus) e que a rede viária (que consiste de paradas e arcos) é não orientada.

Numa rede de TC, mesmo que seja possível atingir todos os destinos partindo de qualquer nó, em muitos casos os usuários farão transbordos para chegar aos seus destinos, procurando minimizar o tempo de viagem. Devido a que os veículos das linhas circulam com uma determinada frequência, os passageiros, para mudar de linha, deverão esperar o próximo veículo da outra linha. Para Mandl (1978) incluir os tempos de espera na rede redefinida significa que um nó é dividido em tantos nós como linhas passam através desse nó. Esses nós adicionais são conectados ao nó original por arcos que representam os possíveis transbordos e são associados a estes arcos as médias dos tempos de espera das linhas respectivas.

O primeiro conceito específico para redes de TC é aquele de rede “aumentada”, correspondendo à adição de arcos de caminhada utilizados para o acesso, saída e transferências entre linhas. Cada uma das linhas disponíveis entre duas paradas consecutivas i e j é representada por um arco individual a . Isto é, duas diferentes linhas entre um mesmo par de nós serão representadas por dois arcos diferentes. Nesta abordagem é conveniente pensar na chegada de um veículo a um determinado nó como se o arco correspondente estivesse sendo servido ou tornando-se disponível.

A taxa de chegada (ou, se forem aleatórias, o valor esperado ou a média dos intervalos de chegada) dos ônibus para cada linha servindo um determinado nó, é conhecida e constante para cada linha i , e igual a $1/f_i$, onde f_i é a frequência de serviço da linha i . Arcos de caminhada são servidos unicamente pela “linha de caminhada”, a qual tem frequência infinita de serviço. A taxa de chegada de passageiros aos nós é conhecida e constante.

No que se refere ao comportamento dos passageiros, Oppenheim(1994) afirma que cada usuário individual do sistema de TC não conhece quanto tempo vai esperar nas paradas, pois a chegada na parada, tanto do passageiro como do veículo, é aleatória. Então, dependendo da hora da chegada do passageiro e do veículo de alguma linha desejada, a escolha ótima de rota entre uma origem dada e um destino dado pode mudar.

Portanto, na média (ao longo prazo) podem haver várias rotas “ótimas” para um par origem-destino dado, cada uma delas sendo ótima uma certa proporção de vezes, com uma certa probabilidade para alguma hora de chegada na parada de um usuário do TC. Isto é diferente do caso do usuário do transporte particular, em que, em condições estáveis, só pode existir uma rota ótima cuja probabilidade é 100%. No caso de um problema de equilíbrio do usuário há um conjunto definido de rotas ótimas.

A decisão sobre a estrutura da rede (o conjunto de rotas do sistema de TC) é formada na etapa de planejamento do sistema do TC, mas já engloba implicitamente critérios considerando a tecnologia utilizada, a frequência, a localização de paradas e terminais, o tamanho dos veículos, etc.

A análise do sistema de TC, ainda que vise o planejamento de uma linha do sistema total de TC, exige a modelagem de toda a estrutura da rede. Durante a modelagem, de acordo com o grau de refinamento exigido, pode-se desprezar alguns detalhes, como a localização exata de paradas, etc.

Para a descrição e modelagem do sistema, o planejamento necessita de: mapa da região, com a representação das linhas, o plano de viagens (horários) de veículos e tripulação, as distâncias totais e parciais das linhas.

Benjamin Zhan e Noon (1998) para fazer uma comparação de vários algoritmos de caminho mais curto para redes viárias reais, incluem a preparação dos dados da rede no experimento. Eles criam conjuntos de dados da rede que diferem no tamanho das redes consideradas e do grau de detalhe requerido pelos algoritmos.

O modelo que apresenta Holm(1975) é voltado para ônibus, mas pode ser adaptado para outros sistemas de TC, para sistemas mistos de TC ou ainda para sistemas de viagens complementares TI+TC (do tipo *park and ride* e outros). Em especial são considerados os arcos de deslocamentos a pé: nos centróides (no início e final da viagem), nos pontos de transferência entre linhas diversas, onde a caminhada é considerável, e nos trechos onde há um tráfego intenso de pedestres em zonas onde o sistema de ônibus é vagaroso

Na representação da rede, os arcos orientados recebem um valor de resistência à passagem por ele. A resistência pode ser o tempo de viagem, o custo monetário ou uma medida de desconforto, ou ainda uma

combinação destas. A resistência considerada mais importante na modelagem é, freqüentemente, o tempo de viagem no veículo.

O tempo total de viagem em ônibus depende de vários fatores: o tempo de deslocamento no interior do fluxo de tráfego, lembrando que a velocidade é função do volume total de tráfego em cada trecho; os tempos de aceleração e desaceleração; os números de paradas ao longo do trecho e o número de passageiros que sobem e descem em cada parada; o número de linhas de ônibus no trecho, observando que se o fluxo de ônibus é denso, os ônibus podem causar atrasos mútuos, especialmente nas paradas; o número de cruzamentos e tipos de semáforos; a existência de faixa exclusiva para ônibus. O tempo de viagem dos ônibus, na maioria dos trechos da rede viária, é determinado basicamente pela velocidade dos automóveis.

De Cea e Fernández (1993) apresentam dois modelos em que utilizam uma representação, na qual, o elemento básico da rede é uma seção de linha. Eles descrevem a seção como um arco que representa uma porção de uma linha (ou de um conjunto de linhas comuns) de TC entre dois nós não necessariamente consecutivos. A partir desse conceito eles definem uma rede $G=(N,L)$ em que N representa os pontos das paradas das linhas e L o conjunto de seções de linha existentes no sistema.

Na abordagem de Wu *et al.* (1994) a rede viária consiste de centróides das zonas, onde as viagens de ônibus são geradas e atraídas, nós que representam paradas de ônibus, e arcos que representam os caminhos enlaçando aqueles nós e os nós conectores dos arcos de pedestres com os centróides. Uma linha é definida pela seqüência de nós percorridos, pela velocidade e pela freqüência. A rede viária e o conjunto de linhas de ônibus são usados para gerar uma rede geral que é construída para a formulação do modelo. Ela só contém nós e arcos, ou seja $G=(N,A)$. Os nós correspondem aos centróides e às paradas de ônibus incluindo os nós de transferência. Os arcos correspondem aos segmentos das linhas de ônibus, arcos de caminhada, arcos de espera e arcos de transferência/descida. Cada parada de ônibus, que é atendida por várias linhas de ônibus, é separada e é representada por um subgrafo, no qual distintos

arcos de espera são conectados aos nós que são caudas dos arcos que correspondem aos segmentos das linhas de ônibus. Um exemplo deste subgrafo com uma parada, um centróide e duas linhas de ônibus é mostrado na figura 1, onde aparecem dois nós (chamados paradas) e um nó de transferência, que correspondem à parada de ônibus. Especificamente, esta rede geral contém quatro tipos de arcos:

Arcos de caminhada, dos centróides aos nós da rede geral.

Arcos de espera, que modelam a espera dos passageiros para as linhas de ônibus correspondentes.

Arcos “em veículo”, que correspondem aos segmentos das linhas de ônibus entre dois nós consecutivos do itinerário.

Arcos de transferência/descida, que são aqueles que conectam os segmentos de linha ao nó da parada do ônibus.

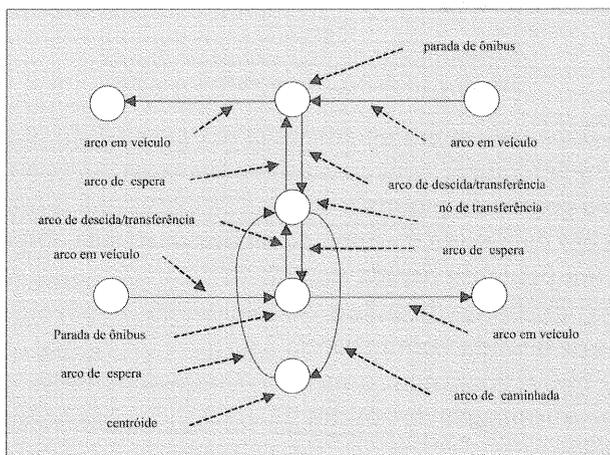


Figura 1.
Representação de uma parada no modelo de Wu *et al.*

Nguyen e Pallottino(1988) no seu modelo de alocação de equilíbrio para uma rede de TC utilizando o conceito de hipercaminhos, descrevem uma rede generalizada de TC. Mencionam que a rede é abstraída num

modelo de grafos, no qual um nó de parada servido por várias linhas de ônibus é representado por um subgrafo onde cada linha de ônibus é identificada por um diferente arco de subida e, para integrar as redes pedestres com as redes de TC, um caminho de pedestre é considerado, implicitamente, como uma linha de ônibus com características apropriadas.

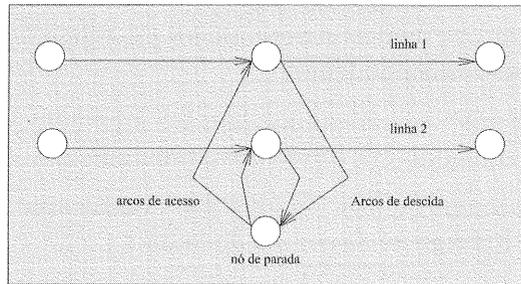


Figura 2

Representação de uma parada de ônibus
no modelo de Nguyen e Pallotino (1988)

Para cada linha cria-se um nó adicional por cada nó do itinerário da linha. Criam-se também arcos de caminhada e arcos de descida entre os nós que são pontos de parada e os nós adicionais que representam o mesmo ponto de parada da linha de ônibus analisada. Ou seja, cada nó, que é um ponto de parada na rede física, vai originar tantos nós adicionais como linhas de ônibus passem por ele, e vai originar arcos de espera e de descida, comunicando o nó da rede original com os nós adicionais que representam o mesmo. Criam-se também arcos que comunicam a seqüência de nós dos itinerários de cada linha.

A cada arco são atribuídos dois parâmetros: a freqüência e o tempo. Para os arcos de descida a freqüência será infinita e o tempo de deslocamento será zero, já que fisicamente aqueles arcos representam um mesmo lugar. No caso dos arcos que correspondem a trechos do itinerário de alguma linha de ônibus, a freqüência será infinita, e o tempo será o valor do tempo de deslocamento através da linha de ônibus

que corresponda. Para os arcos de espera a frequência será o valor da frequência da linha a que corresponda o arco, e o tempo será zero.

Cada ponto de parada representado na rede física por um nó, originará tantos nós adicionais como linhas de ônibus passem por ele. Ou seja, se k linhas passam por um ponto de parada, $k+1$ nós representarão o mesmo ponto de parada na rede lógica. Além disso para essas k linhas de ônibus que passam pelo nó, haverá k arcos de espera e k arcos de descida no ponto de parada.

Devido a que a maioria das redes não são completas, ou seja, não existem arcos entre todos os pares de nós, é melhor guardar os dados dos arcos da rede transformada em forma de uma lista encadeada, para economizar memória e para diminuir a complexidade dos algoritmos.

Como o tamanho da rede determina o tamanho do problema, e portanto, os custos de achar a solução do problema (especialmente o tempo de computação), a construção da rede é de grande importância. Do ponto de vista da minimização dos custos de achar a solução, a rede deveria ser do menor tamanho possível, e do ponto de vista do planejador, que quer uma resposta detalhada, deveria ser tão grande quanto possível. Na prática nem toda parada que deveria ser atendida por alguma linha de ônibus precisa ser incluída no conjunto de nós da rede modificada.

Spiess(1983) cria a partir de um conjunto de linhas e um conjunto de nós de parada, uma rede que inclui arcos de caminhada, arcos de espera, e arcos de descida, além dos arcos de percurso (em veículo). Logo ele simplifica essa rede tirando aqueles nós que têm somente um nó predecessor e um nó sucessor, juntando os arcos correspondentes e atribuindo-lhes aos novos arcos, a soma dos tempos dos arcos juntados e a frequência da linha correspondente. O algoritmo que ele descreve, faz parte do sistema EMME/2, uma ferramenta interativa gráfica para o planejamento do transporte urbano. A estrutura dos dados foi adaptada por Spiess(1984) de modo a evitar a construção explícita dos arcos e nós na rede generalizada de TC que ele utiliza. Ele agrupa os dados em

três conjuntos principais: dados da rede, que fornece a descrição completa da infraestrutura de transporte em uma região; os dados matriciais, conjunto que agrupa todos os dados referentes às zonas origem e destino; e as funções, que são as relações funcionais utilizadas no modelo.

3. FORMULAÇÃO DO PROCEDIMENTO DA REDEFINIÇÃO DA REDE

Parte-se de um arquivo de linhas que contém informação das linhas de ônibus como identificação da linha, tipo de veículo, frequência, e o itinerário, ou seja, a seqüência de nós percorridos pelo ônibus, onde os nós são referenciados a uma rede viária básica. O arquivo também contém os valores dos tempos nos trechos de cada linha.

Uma subrotina lê os dados do arquivo de linhas e, para cada linha de ônibus, cria nós adicionais por cada nó no itinerário da linha e também cria arcos de subida e descida que comunicam o nó original com o nó adicional que representa o mesmo ponto de parada da linha analisada. A cada arco criado são atribuídos dois valores: tempo de deslocamento no arco e frequência. Aos arcos de subida atribui-se tempo igual a zero e frequência igual à frequência da linha correspondente. Aos arcos de descida atribui-se tempo igual a zero e frequência infinita. Criam-se também os arcos que correspondem a cada trecho de cada linha, aos quais atribuem-se os valores tempo iguais aos lidos no arquivo de linhas, e frequência infinita.

Um acumulador, inicializado com o valor de total de nós na rede original, vai contabilizando o total de nós na rede redefinida, e outro acumulador, inicializado em zero, contabiliza o total de arcos gerados na rede redefinida.

Logo é feita a simplificação da rede que usa Spiess(1983), juntando aqueles arcos que são incidentes a nós com grau de entrada e grau de saída igual a um, e atribuindo aos novos arcos, a soma dos tempos dos

arcos juntados e a frequência da linha correspondente.

Depois disso a rede já está criada e os arcos são ordenados em forma crescente com respeito ao nó final para guardá-los em forma de lista encadeada com ponteiros apontando ao próximo arco com nó final diferente, em uma estrutura *backward star*. Poderia também ser feita a lista encadeada com respeito ao nó inicial dos arcos (estrutura *forward star*), mas algoritmos de alocação em redes de TC como os de Spiess (1983), Nguyen e Pallottino (1988), Wu *et al.* (1994) varrem a lista de nós para atrás (*backward star*), começando do nó destino para achar os caminhos mais curtos desde todos os nós, comparando atributos dos arcos incidentes no nó analisado.

A continuação apresenta-se o pseudo-código dos procedimentos de construção automática da rede e da simplificação dela:

PROCEDIMENTO cria_arcos

INÍCIO

VARIANDO linha DE 1 ATÉ numlinhas FAÇA

INÍCIO

LEIA ident, headway, totnos

VARIANDO j DE 1 ATÉ totnos FAÇA

INÍCIO

LEIA no[j]

cont \leftarrow cont + 1

aux[j] \leftarrow cont

SE (j = 1) ENTÃO

INÍCIO

contarcos \leftarrow contarcos + 1 {arcos de espera}

arc.nor[contarcos] \leftarrow no

arc.nod[contarcos] \leftarrow cont

arc.tempo[contarcos] \leftarrow 0

arc.freq[contarcos] β 1 / headway

FIM-SE

SE (j = totnos) ENTÃO

INÍCIO

$\text{contarcos} \leftarrow \text{contarcos} + 1$ {arcos de descida}
 $\text{arc.nor}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{cont}$
 $\text{arc.nod}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{no}$
 $\text{arc.tempo}[\text{contarcos}] \leftarrow 0$
 $\text{arc.freq}[\text{contarcos}] \leftarrow 9999$ (infinito)

FIM-SE

SE (j <>1) E (j <> totnos) ENTÃO

INÍCIO

$\text{contarcos} \leftarrow \text{contarcos} + 1$ {arcos de espera}
 $\text{arc.nor}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{no}$
 $\text{arc.nod}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{cont}$
 $\text{arc.tempo}[\text{contarcos}] \leftarrow 0$
 $\text{arc.freq}[\text{contarcos}] \leftarrow 1 / \text{headway}$
 $\text{contarcos} \leftarrow \text{contarcos} + 1$ {arcos de descida}
 $\text{arc.nor}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{cont}$
 $\text{arc.nod}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{no}$
 $\text{arc.tempo}[\text{contarcos}] \leftarrow 0$
 $\text{arc.freq}[\text{contarcos}] \leftarrow 9999$ (infinito)

FIM-SE

FIM-VARIANDO

VARIANDO j DE 1 ATÉ (totnos -1) FAÇA

INÍCIO

LEIA tempo

$\text{contarcos} \leftarrow \text{contarcos} + 1$ {arcos de percurso}
 $\text{arc.nor}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{aux}[j]$
 $\text{arc.nod}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{aux}[j - 1]$
 $\text{arc.tempo}[\text{contarcos}] \leftarrow \text{tempo}$
 $\text{arc.freq}[\text{contarcos}] \leftarrow 9999$ (infinito)

FIM-VARIANDO

FIM-VARIANDO

FIM

PROCEDIMENTO junta_arcos

INÍCIO

VARIANDO k DE 1 ATÉ totalarcos FAÇA

```

INÍCIO
    tira[k] ← false
FIM-VARIANDO
VARIANDO k DE 1 ATÉ totalarcos FAÇA
INÍCIO
    VARIANDO l DE 1 ATÉ totalarcos FAÇA
INÍCIO
    SE (arc.nod[k] = arc.nor[l]) ENTÃO
    INÍCIO
        no ← arc.nod[k];
    SE (grau_in[no] = 1) E (grau_out[no] = 1) ENTÃO
    INÍCIO
        tira[k] ← true
        novototalarcos ← totalarcos - 1
        arc.nor[l] ← arc.nor[k]
        arc.temp[l] ← arc.temp[l] + arc.temp[k]
        f[l] ← f[k]
    FIM-SE
    FIM-SE
    FIM-VARIANDO
FIM-VARIANDO
totalnos ← totalnos - (totalarcos - novototalarcos)
totalarcos ← novototalarcos
FIM

```

4. APLICAÇÃO PRÁTICA

Apresenta-se um exemplo utilizado por Spiess e Florian (1989) para ilustrar o procedimento.

Temos o seguinte caso: 4 nós que são centróides e pontos de parada ao mesmo tempo, e 4 linhas de ônibus, cujos dados são apresentados na tabela 1. A estrutura inicial das linhas é apresentada na figura 3, a rede criada automaticamente na figura 4 e, depois de juntar arcos, obtém-se a rede simplificada que aparece na figura 5.

Tabela 1.
Dados das linhas de ônibus

linha	rota	freq. (veic/min)	arco, tempo
1	1-4	1/6	(1,4) 25min
2	1-2-3	1/6	(1,2) 7 min (2,3) 6 min
3	2-3-4	1/15	(2,3) 4 min (3,4) 4 min
4	3-4	1/3	(3,4) 10 min

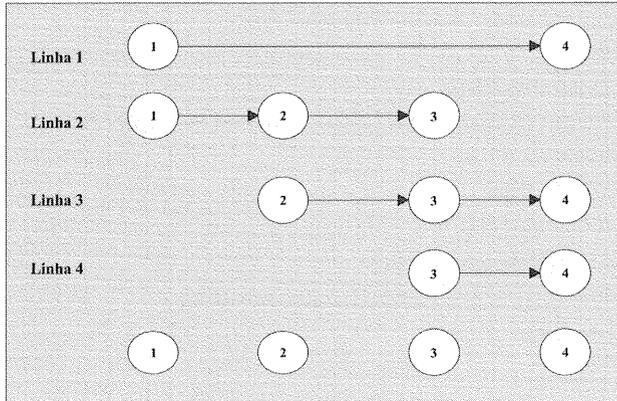


Figura 3.
Itinerários das linhas

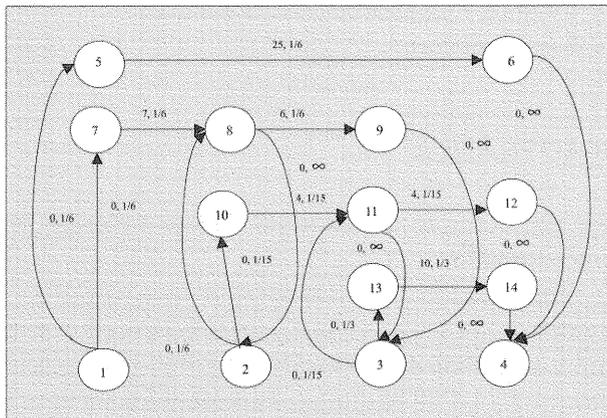


Figura 4.
Rede transformada

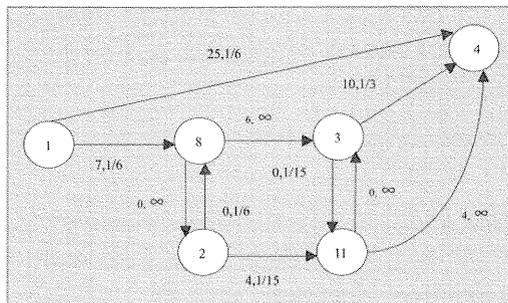


Figura 5.
Rede simplificada

5. CONCLUSÕES

Foi demonstrada a viabilidade de se automatizar a redefinição da rede de TC para a aplicação dos algoritmos de alocação de fluxo.

A estrutura dos dados das linhas de ônibus deve ser adequada para permitir que qualquer rede seja transformada automaticamente. A partir de dados das linhas de ônibus, definidos pelo seu itinerário, como uma seqüência de nós percorridos, e atributos como a freqüência e velocidade, é mostrado que é possível criar-se a rede de TC usando o conceito de rede "aumentada" de uma forma automatizada, com arcos de caminhada, arcos de espera, arcos de transferência e arcos de descida para facilitar a aplicação de algoritmos de alocação determinística.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao CNPq pela bolsa de doutorado que possibilita a sua pesquisa. O segundo autor também agradece ao CNPq pela bolsa de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BENJAMIN ZHAN, F., NOON, C. E.** [1998] Shortest Paths Algorithms: An Evaluation using Real Road Networks. *Transportation Science*. Vol. 32, n. 1, 65-73.

- CHRIQUI, C.** [1975] Public transit network assignment method. *Publication 21, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, Canadá.*
- CHRIQUI, C., ROBILLARD, P.** [1975]. Common bus lines. *Transportation Science* 14, 42-54.
- DE CEA, J., FERNÁNDEZ, E.** [1993] Comportamiento de los viajeros y modelos de asignación de equilibrio en redes de transporte público. *Apuntes de Ingeniería* 50, 5-20.
- HOLM, J.** [1975] En optimeringsmodel for kollektiv trafik. *Instituttet for matematisk statistik og operationsanalyse, Danmarks tekniske Højskole, Rapport 16.*
- MANDL, C.E.** [1978] Algorithms and computer programs in deterministic network optimization applied to public systems. *Institute for Advanced Studies, Viena. Research Memorandum n. 126.*
- NGUYEN, S., PALLOTTINO, S.** [1988] Equilibrium traffic assignment for large scale transit networks. *European Journal of Operational Research* 37, 176-186.
- NGUYEN, S., PALLOTTINO, S., GENDRAU, M.** [1998] Implicit Enumeration of Hyperpaths in a Logit Model for Transit Networks. *Transportation Science*. Vol. 32, n. 1, 54-64.
- OPPENHEIM, N.** [1994] Urban Travel Demand Modeling. From individual choices to general equilibrium. *Wiley Interscience Publication.*
- PALLOTTINO, S., NGUYEN, S., MARCOTTE, P.** [1995] On the Existence of Equilibrium Flows for Transit Networks. *Institute for Operations Research and the Management Sciences.*
- SPIESS, H.** [1983] On optimal route choice strategies in transit networks. *Publication 286, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.*
- SPIESS, H.** [1984] Contributions à la Théorie et aux Outils de Planification des Réseaux de Transports en Commun. *Université de Montréal.*

- SPIESS, H., FLORIAN, M.** [1989] Optimal strategies: A new assignment model for transit networks. *Transportation Research*, B-23(2) p. 83-102.
- WU, J.H., FLORIAN, M., MARCOTTE, P.** [1994] Transit equilibrium assignment: a model and solution algorithms. *Transportation Science* 28, n.3.