

# Planejamento das viagens de navios de carga geral considerando a arrumação nos porões e o equilíbrio dos navios nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste

## *Routing general cargo ships considering the stowage in the holds and the balance of ships in the bow-stern and port-starboard directions*

Natan Trancoso Gonçalves<sup>1</sup>, Bruna Curto Uliana<sup>1</sup>, Rodrigo de Alvarenga Rosa<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, Brasil

Contato: natan.trancoso@gmail.com,  (NTG); brunacurtouliana@gmail.com,  (BCU); rodrigo.a.rosa@ufes.br,  (RAR)

### Recebido:

15 de agosto de 2023

Revisado:

29 de outubro de 2024

Aceito para publicação:

10 de fevereiro de 2025

Publicado:

12 de junho de 2025

### Editor de Área:

Renato da Silva Lima, Universidade Federal de Itajubá, Brasil

### Palavras-chave:

Transporte marítimo.

Carga geral.

Roteamento de veículos.

Arrumação de carga.

### Keywords:

Maritime transport.

General cargo.

Vehicle routing.

Cargo stowage.

DOI: 10.58922/transportes.v33.e2942



### RESUMO

Exportadoras de cargas unitárias, como blocos de mármore e granito, geralmente afretam navios de carga geral por certo período, durante o qual podem realizar várias viagens para o transporte marítimo. Dessa forma, elas precisam planejar as viagens e a arrumação de carga nos porões dos navios buscando reduzir os custos de afretamento e navegação. Este artigo propõe um modelo matemático que define de forma integrada as viagens dos navios e a arrumação nos porões, visando minimizar esses custos de transporte. O modelo considera de forma conjunta múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, sequência de descarga, rotação 3D dos blocos e equilíbrio do navio no carregamento, o que até então não foi encontrado na literatura. Testes realizados com o solver CPLEX considerando uma exportadora de blocos de granito mostraram que arranjos com rotação 3D podem reduzir o número de viagens e que o modelo é capaz de representar o transporte de itens paralelepípedicos nos porões de navios de carga geral, considerando sequência de descarga e equilíbrio dos navios no carregamento.

### ABSTRACT

Exporters of break bulk cargos such as marble and granite blocks, generally charter general cargo ships for a certain period, during which they can carry out several voyages for sea transport. Therefore, they need to plan trips and load storage in the ships' holds, seeking to reduce freight and navigation costs. This article proposes a mathematical model that defines, in an integrated way, the ships' trips and the storage in the holds, aiming to minimize these transport costs. The model jointly considers multiple trips, multiple compartments, unloading sequence, 3D rotation of items and ship balance during loading, which has not been found in the literature so far. Tests carried out with the CPLEX solver considering an exporter of granite blocks showed that arrangements with 3D rotation can reduce the number of trips and that the model is capable of representing the transport of parallelepiped items in the holds of general cargo ships, considering the unloading sequence and balance of ships in loading.

## 1. INTRODUÇÃO

Cargas unitárias como blocos de mármore e granito têm grande participação na economia de países como o Brasil com atividades extensivas de extração que produzem em larga escala para exportação. O Brasil está entre os maiores produtores do mercado mundial de rochas ornamentais, tendo exportado 981.929 toneladas de granitos brutos em 2018 (Montani, 2019, p. 55). Devido à

grande movimentação de cargas do mesmo tipo nos portos, o uso de *containers* não é vantajoso. Por isso, os blocos de granito são transportados nos porões de navios de carga geral. As exportadoras geralmente afretam navios em contratos *time charter* para transportar grandes quantidades de blocos. Segundo Mazioli et al. (2019, p. 71), neste tipo de contrato, paga-se um valor fixo para afretar um navio por um período de tempo durante o qual várias viagens podem ser realizadas. O valor fixo é pago independentemente do navio estar operando. Logo, as exportadoras buscam dimensionar a frota afretada de modo a atender a demanda de transporte prevista e evitar ao máximo a ociosidade dos navios durante os contratos. Além disso, procuram reduzir os custos com a distância navegada, que são de sua responsabilidade. Nesse sentido, é fundamental planejar as viagens e a arrumação dos blocos nos porões.

No problema tratado é considerada uma frota heterogênea de múltiplos navios. O planejamento das rotas de viagem dos diversos navios da frota considera um horizonte de planejamento e todas as viagens planejadas devem terminar dentro desse horizonte. Os porões são compartimentos internos do navio entre o casco e o convés. Além dos porões, cada navio tem um casario e uma casa de máquinas. No entanto, os blocos só podem ser transportados nos porões. Cada porão de cada navio da frota pode ter dimensões diferentes. Tanto os blocos quanto os porões possuem geometria próxima a de um paralelepípedo reto e diferentes medidas de comprimento, largura e altura. Os blocos podem ser empilhados nos porões, desde que haja área de suporte suficiente para a face inferior de todos os blocos. Na arrumação da carga, é permitida a rotação ortogonal nas três dimensões (rotação 3D) de modo que uma face de um bloco pode estar paralela a qualquer face do seu respectivo porão. Deve-se respeitar a política *Last In First Out* (LIFO) para que nenhum bloco atrapalhe a descarga de outro com destino a um porto anterior na viagem. Essa política evita o rearranjo dos blocos nos portos de descarga. Ademais, deve-se distribuir as cargas a fim de manter o equilíbrio do navio nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste.

O carregamento dos blocos é feito apenas no porto de carregamento, onde todas as viagens iniciam e terminam. A exportação ocorre em remessas. Uma remessa é o conjunto de todos os blocos que devem ser carregados em um porto de origem e descarregados em uma atracação em um certo porto de descarga. As remessas não podem ser divididas em diferentes viagens e/ou diferentes navios. As sequências de visita aos portos de descarga definem as viagens dos navios. Um navio, em cada viagem, deve atracar em pelo menos um porto de descarga. Após descarregar todos os blocos nos portos de descarga, o navio retorna vazio para o porto de carregamento, onde a viagem iniciou. Cada remessa é transportada em apenas uma viagem de um navio que deve ser carregado com todas as remessas de sua viagem. Os blocos de uma remessa podem ocupar diferentes porões do navio pelo qual estão sendo transportados. Os carregamentos dos navios e as descargas das remessas devem iniciar dentro de intervalos de tempo pré-determinados para cada remessa, chamados janelas de tempo. Dentro do horizonte de planejamento, um porto de descarga pode ser visitado mais de uma vez, desde que para a descarga de remessas diferentes, e cada navio pode fazer mais de uma viagem. A capacidade de carga do navio é um fator limitante das viagens. Por isso, a arrumação dos blocos nos porões durante o carregamento visa aproveitar ao máximo essa capacidade de carga. Deve-se, ao fim do planejamento, definir quais remessas serão transportadas por qual navio e em qual viagem desse navio, de modo que a distância navegada seja a menor possível. Assim, pode-se reduzir os custos com o transporte marítimo dos blocos.

Este problema se assemelha ao conhecido na literatura como *Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem* (3L-CVRP) que integra o roteamento de veículos com o carregamento tridimensional de diferentes itens paralelepípedicos (Gendreau et al., 2006; Rojas-Cuevas et al., 2023; Krebs e Ehmke, 2023). Essa integração é importante pois a sequência de descarga influencia

a arrumação dos blocos devido à política LIFO e certos arranjos são incapazes de alocar todos os blocos de uma viagem, mesmo que o veículo suporte o peso e o volume da carga.

No âmbito do transporte marítimo, não foi encontrada publicação que tratasse do 3L-CVRP. O trabalho que mais se aproxima é o de Moura, Oliveira e Pimentel (2013) que usaram o 3L-CVRP de inspiração para formular o Container Stowage and Ship Routing Problem (CSSRP). Esse problema integra o carregamento de contêineres e o roteamento de navios com janelas de tempo para atracação. Entretanto, os contêineres possuem medidas padronizadas, devem ser alocados em slots idênticos do navio e não é possível a rotação deles para a arrumação. Também não foi considerado o equilíbrio do navio na distribuição de carga. Pinto et al. (2018) abordaram o equilíbrio da carga sentido bombordo-boreste no roteamento de uma frota heterogênea de navios e carregamento com caixas de suprimentos para plataformas de petróleo *offshore*. Nesse problema, é permitida a rotação ortogonal das caixas no plano horizontal do convés para a arrumação. Porém, não consideraram múltiplas viagens, múltiplos compartimentos nem o empilhamento das caixas. Portanto, trata-se de um Two-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem (2L-CVRP).

O presente artigo propõe um modelo matemático para o planejamento das viagens de navios sob contratos *time charter* para o transporte de blocos de granito. O modelo determina de forma integrada as viagens de cada navio e os arranjos dos blocos nos porões, visando minimizar os custos com afretamento e com a distância a navegar. Este modelo é diferente dos demais modelos 3L-CVRP já publicados por considerar de forma conjunta: 1) múltiplos compartimentos (Ranck Jr. et al., 2019); 2) equilíbrio na distribuição de carga nos dois sentidos do veículo (Pinto et al., 2018); 3) Rotação 3D na arrumação da carga (Moura, 2019); e 4) múltiplas viagens (Martínez e Amaya, 2013).

O artigo está estruturado em seis seções. A Seção 2 traz uma revisão de literatura sobre o 3L-CVRP, com algumas variantes e aplicações no transporte marítimo. A Seção 3 apresenta o modelo matemático proposto. A Seção 4 descreve as instâncias de teste do modelo. Na Seção 5 os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Na Seção 6, têm-se as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

O 3L-CVRP é um problema de otimização *NP-hard* que busca definir de forma integrada a arrumação de itens paralelepípedicos em veículos e as rotas ou viagens para transportá-los, visando minimizar o custo total de transporte. Foi introduzido por Gendreau et al. (2006) que propuseram um algoritmo *Tabu Search* (TS) para resolvê-lo. Na formulação dos autores, a frota é homogênea, cada veículo faz apenas uma viagem, há restrições de fragilidade para empilhamento dos itens, a rotação ortogonal é permitida só no plano horizontal (rotação 2D) e a política LIFO deve ser respeitada.

Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009) apresentaram um método híbrido para solução do 3L-CVRP, combinando TS e *Guided Local Search* (GLS) para o roteamento e um conjunto de seis heurísticas para o carregamento tridimensional. Ruan et al. (2013) também utilizaram uma abordagem híbrida, envolvendo a meta-heurística *Honey-Bee Mating Optimization* (HBMO) para o roteamento e as mesmas heurísticas de Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009) para o carregamento. Junqueira et al. (2013) modelaram o problema com *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP). Fuellerer et al. (2009) empregaram a meta-heurística *Ant Colony Optimization* (ACO), Miao et al. (2012) utilizaram as meta-heurísticas TS e *Genetic Algorithm* (GA) e Mahvash, Awasthi e Chauhan

(2017) propuseram o uso da técnica *Column Generation* (CG) para resolver o problema formulado por Gendreau et al. (2006).

Moura e Oliveira (2009) abordaram uma variante do 3L-CVRP com janelas de tempo. Alguns itens possuem a restrição “este lado para cima”, enquanto outros podem sofrer rotação 3D. Bortfeldt e Homberger (2013) apresentaram uma abordagem heurística de dois estágios para primeiro definir o carregamento e depois as rotas (*packing first, routing second*), considerando janelas de tempo. Ceschia, Schaerf e Stützle (2013) abordaram uma variante do 3L-CVRP com frota fracamente heterogênea e entregas fracionadas, quando a demanda de um cliente não é suportada pela capacidade de transporte de um veículo e então é permitido que o cliente seja atendido por mais de um veículo. Wei, Zhang e Lim (2014) estenderam o 3L-CVRP para frota com veículos fortemente heterogêneos. Moura (2019) propôs um modelo MILP para o 3L-CVRP com janela de tempo e rotação ortogonal 3D. Porém, a frota é homogênea e a política LIFO não foi considerada. Vega-Mejía, Montoya-Torres e Islam (2019) utilizaram *Nonlinear Mixed Integer Programming* (NLMIP) para resolver o 3L-CVRP com janela de tempo e equilíbrio na distribuição de carga pela frota. Ranck Jr. et al. (2019) abordaram a arrumação de caixas de bebidas em caminhões com múltiplos compartimentos, porém para uma rota predefinida. Krebs, Ehmke e Koch (2021) desenvolveram heurísticas para o 3L-CVRP com janelas de tempo, considerando distribuição equilibrada de carga e limite de peso por eixo do veículo. Quanto à fragilidade, em vez de apenas classificar os itens em frágeis e não frágeis, foi considerada a carga por unidade de área para cada item. As restrições de área de suporte e de posicionamento relativo dos itens também foram mais detalhadas, a fim de fornecer uma modelagem mais realística. Martínez e Amaya (2013) consideraram múltiplas viagens e janelas de tempo no roteamento de veículos e arrumação de itens circulares que não podem ser empilhados. Rojas-Cuevas et al. (2023) exploraram a rotação 3D dos itens no 3L-CVRP. Já Krebs e Ehmke (2023) apresentam duas ferramentas de código aberto para verificação da viabilidade e visualização das soluções do 3L-CVRP com janelas de tempo e rotação 3D dos itens.

Christiansen et al. (2015) modelaram o problema de roteamento de diferentes navios com múltiplos compartimentos, considerando múltiplas viagens e janelas de tempo, porém, para o transporte de grãos líquidos, sem arrumação de carga. Arpini e Rosa (2015) e Pinto et al. (2018) trataram do roteamento de navios heterogêneos com caixas de suprimentos para atender plataformas de petróleo. Consideraram arrumação com equilíbrio de carga no sentido bombordo-boreste, porém sem empilhamento das caixas. Øvstebø, Hvattum e Fagerholt (2011) modelaram o problema de roteamento e carregamento para um único navio *Roll-on/Roll-off* (RoRo). Consideraram janelas de tempo, política LIFO para a descarga dos veículos e equilíbrio do navio durante toda viagem, avaliando a altura do centro de gravidade e o torque que as cargas geram em relação aos eixos do navio. Fagerholt et al. (2013) modelaram o roteamento e carregamento de navios para transporte de cargas de projeto. Algumas dessas cargas podem ser colocadas no convés do navio enquanto outras são transportadas apenas nos porões. Além do equilíbrio náutico é observado se os itens colocados no convés não bloqueiam a descarga dos itens que estão nos porões. Há restrições de compatibilidade entre navios e cargas. Ainda pode ser exigido que peças de diferentes origens sejam tratadas como um conjunto, assim um mesmo navio deve atracar em diferentes portos para carregamento das peças e descarregar em um único porto. Os autores consideraram frota heterogênea e janelas de tempo no roteamento. Moura, Oliveira e Pimentel (2013) desenvolveram um modelo MILP para o problema de transporte marítimo de contêineres, com inspiração no 3L-CVRP. Consideraram janelas de tempo e política LIFO. No entanto, não é possível a rotação na arrumação dos contêineres e não foi considerado o equilíbrio na distribuição de carga pelo navio.

Esta revisão mostra que o 3L-CVRP vem sendo estudado com diferentes aplicações e variantes. Porém, não foram encontradas publicações sobre o 3L-CVRP com múltiplas viagens e múltiplos compartimentos. Assim, a contribuição do presente artigo é modelar um 3L-CVRP com essas características no contexto de transporte em navios de carga geral.

### 3. MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O modelo segue o grafo  $G = (N_c, A)$ , em que  $N_c = \{0, 1, \dots, nc, nc + 1\}$  é o conjunto de nós e  $A = \{a_{\alpha, \beta} | \alpha, \beta \in N_c, \alpha \neq \beta\}$  é o conjunto de arcos. Cada arco liga um nó  $\alpha$  a um nó  $\beta$ , cuja distância é  $di_{\alpha\beta}$ . O nó 0 e o nó  $nc + 1$  representam o porto de carregamento no início e no fim da viagem, respectivamente. Os demais nós, 1 a  $nc$ , correspondem aos portos de descarga das remessas, sendo  $nc$  o total de remessas. Portanto,  $Cc = \{1, \dots, nc\}$  é o conjunto de nós das remessas. Os conjuntos  $C0c = \{0\} \cup Cc$  e  $C1c = Cc \cup \{nc + 1\}$  são auxiliares. O total de blocos a carregar no horizonte de planejamento é  $nb$ , a quantidade de navios disponíveis é  $nv$ ,  $nh$  é o número máximo de porões por navio e  $nr$  é o máximo de viagens permitidas por navio. Assim,  $B = \{1, \dots, nb\}$  é o conjunto de blocos,  $V = \{1, \dots, nv\}$  é o conjunto de navios,  $J = \{1, \dots, nh\}$  é o conjunto de porões e  $R = \{1, \dots, nr\}$  é o conjunto de viagens. O horizonte de planejamento é dado pelo parâmetro  $hp$ .

Cada navio  $v \in V$  possui comprimento  $\sigma_v$ , velocidade média de navegação  $vel_v$ , custo de afretamento  $cs_v$  e custo por distância navegada  $cd_v$ . O parâmetro  $\mu_v$  expressa o torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas no eixo transversal do navio. O parâmetro  $u_{jv}$  indica a distância entre a face frontal de cada porão  $j \in J$  e a proa do navio  $v \in V$ . A Figura 1 ilustra esses parâmetros.

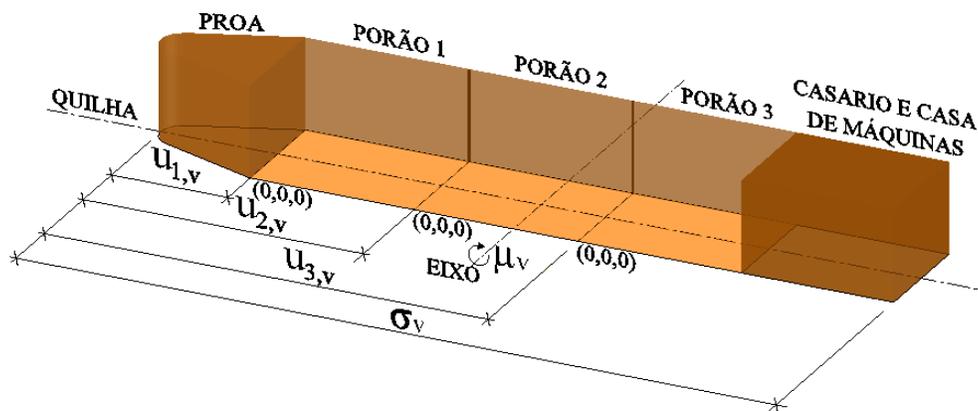


Figura 1. Esquema dos parâmetros do navio.

Cada porão  $j \in J$  tem comprimento  $L_{jv}$ , largura  $W_{jv}$ , altura  $H_{jv}$  e suporta uma carga com peso  $Q_{jv}$ . Cada bloco  $i \in B$  tem comprimento  $p_i$ , largura  $q_i$ , altura  $o_i$  e peso  $\omega_i$ . As referências para a arrumação são o vértice inferior frontal esquerdo de cada bloco após a rotação (caso haja) com coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$  e de cada porão, com coordenadas  $(0, 0, 0)$ . O eixo  $X$  é paralelo ao comprimento do porão, o  $Y$ , à largura e o  $Z$ , à altura. O percentual de área de suporte para a face inferior dos blocos,  $as$ , varia de 0 a 1, sendo que 1 corresponde a 100%. O parâmetro  $D$  vale 3 quando é permitida a rotação ortogonal dos blocos nas três dimensões (rotação 3D) e

2 quando é permitida apenas a rotação nos planos horizontais (rotação 2D). O parâmetro  $pr_{\alpha i}$  vale 1 se o bloco  $i \in B$  pertence à remessa do nó  $\alpha \in Cc$  e 0 caso contrário. Os parâmetros  $twi_{\alpha}$  e  $twf_{\alpha}$  delimitam respectivamente o início e o fim da janela de tempo para começar a operação em  $\alpha \in Nc$ . A duração máxima de uma viagem é limitada por  $tv$ . Cada porto possui uma taxa de operação  $ot_{\alpha}$ , que representa quantos blocos em média podem ser carregados ou descarregados de um navio em uma hora. Os parâmetros  $M$  e  $m$  são respectivamente um número muito grande e muito pequeno para a lógica do modelo. Os parâmetros  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\theta$  e  $\varphi$  ponderam as parcelas da função objetivo (Equação 1).

A Figura 2 apresenta as variáveis de decisão relativas à posição dos blocos dentro do porão.

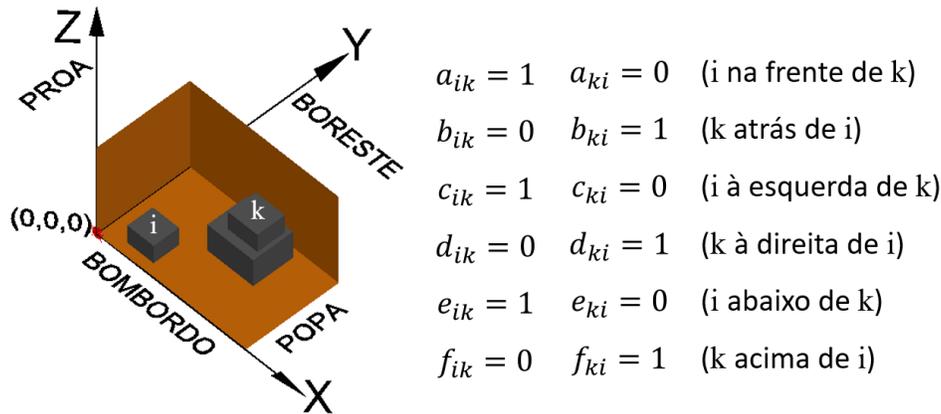


Figura 2. Variáveis de posição relativa entre dois blocos em um mesmo porão.

A variável de decisão  $nu_v$  vale 1 se o navio  $v \in V$  viajar no horizonte de planejamento e 0 caso contrário. A variável  $xc_{\alpha\beta vr}$  assume valor 1 se o navio  $v \in V$  viajar diretamente do nó  $\alpha \in Nc$  para o nó  $\beta \in Nc$  na viagem  $r \in R$  e 0 caso contrário. A variável inteira  $sq_{\alpha vr}$  numera a sequência dos nós em cada viagem. A variável  $nf_{\alpha\beta vr}$  é 1 se o nó  $\alpha \in Nc$  for visitado antes do nó  $\beta \in Nc$  pelo navio  $v \in V$  na viagem  $r \in R$  e 0 caso contrário. A variável contínua  $T_{\alpha vr}$  representa o momento de início da operação do navio  $v \in V$  no nó  $\alpha \in Nc$  na viagem  $r \in R$ . As variáveis contínuas  $x_i, y_i, z_i$  definem as coordenadas de referência do bloco  $i \in B$ . Devido à possibilidade de rotação 3D, cada medida de um bloco pode estar alinhada com o eixo  $X$ ,  $Y$  ou  $Z$ . As variáveis  $lx_i, ly_i, lz_i$  definem o alinhamento do comprimento do bloco  $i$ . Por exemplo,  $lx_i$  é igual a 1 se  $p_i$  está paralelo ao eixo  $X$  e 0 caso contrário, da mesma forma para os eixos  $Y$  e  $Z$ . Analogamente,  $wx_i, wy_i, wz_i$  definem o alinhamento da largura ( $q_i$ ) e  $hx_i, hy_i, hz_i$  o alinhamento da altura ( $o_i$ ) do bloco  $i$ . A variável  $s_{ijvr}$  vale 1 se o bloco  $i \in B$  for colocado no porão  $j \in J$  do navio  $v \in V$  na viagem  $r \in R$  e 0 caso contrário. A variável  $\delta_{ikjvr}$  é igual a 1 se o bloco  $i \in B$  e o bloco  $k \in B$  estão no mesmo porão, na mesma viagem e 0 caso contrário. As variáveis  $a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$  indicam a posição relativa entre dois blocos em um mesmo porão. O valor de  $a_{ik}$  é 1 se todos os vértices do bloco  $i \in B$  estão na frente do bloco  $k \in B$  e 0, caso contrário. Analogamente, as variáveis  $b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$  indicam se o bloco  $i$  está atrás, à esquerda, à direita, abaixo ou acima do bloco  $k$ , respectivamente. Na frente é no sentido da proa, atrás à popa, esquerda ao bombordo e direita ao boreste. A variável contínua  $\rho_{vr}$  representa o desequilíbrio na distribuição de carga na direção bombordo-boreste do navio  $v \in V$  na viagem

$r \in R$ , ela é medida em kNm. Enquanto  $\tau_{vr}$  é uma variável contínua que expressa o desequilíbrio de proa-popa do navio  $v \in V$  na viagem  $r \in R$ , ela também é medida em kNm.

A função objetivo (FO), Equação 1, é composta por cinco parcelas ponderadas pelos parâmetros  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\theta$  e  $\varphi$  que devem ser minimizadas. As duas primeiras parcelas representam os custos de afretamento dos navios e com a distância a navegar. A terceira corresponde ao desequilíbrio na distribuição de carga a bordo. A quarta expressa o tempo de duração de todas as viagens que serão realizadas no horizonte de planejamento. A quinta é a somatória das coordenadas  $z_i$ , minimizada para que os blocos estejam em contato com a área de suporte. Essa parcela é necessária, pois nenhum modelo de arrumação 3D consegue controlar que os itens fiquem diretamente apoiados um sobre os outros e, assim, a forma de garantir na dimensão Z que todos os blocos fiquem apoiados sobre a área que está abaixo é minimizando a variável  $z_i$ , que é a coordenada do bloco no eixo Z.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & \delta \sum_{v \in V} (cs_v nu_v) + \delta \sum_{\alpha \in Nc} \sum_{\beta \in Nc} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (cd_v di_{\alpha\beta} xc_{\alpha\beta vr}) + \\ & \varepsilon \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (\rho_{vr} + \tau_{vr}) + \theta \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} T_{(nc+1)vr} + \varphi \sum_{i \in B} z_i \end{aligned} \quad (1)$$

A FO tem valor adimensional e está sujeita a uma série de restrições. As restrições (2) garantem que cada remessa seja descarregada uma única vez e de apenas um navio. Restrições (3) asseguram a conservação de fluxo em rede. Restrições (4), (5) (6) e (7) garantem que as viagens iniciem e terminem no porto de carregamento, sendo o início sempre no nó 0 e o fim sempre no nó  $(nc + 1)$ . As Restrições (5) representam que todo navio termina a rota no depósito virtual, restrição padrão do problema de roteamento.

$$\sum_{\alpha \in Nc} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} xc_{\alpha\beta vr} = 1 \quad \forall \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta \quad (2)$$

$$\sum_{\alpha \in C0c} xc_{\alpha\gamma vr} - \sum_{\beta \in C1c} xc_{\gamma\beta vr} = 0 \quad \forall \gamma \in Cc, v \in V, r \in R \mid \alpha, \beta \neq \gamma \quad (3)$$

$$\sum_{\beta \in C1c} xc_{0\beta vr} = 1 \quad \forall v \in V, r \in R. \quad (4)$$

$$\sum_{\alpha \in C0c} xc_{\alpha(nc+1)vr} = 1 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (5)$$

$$xc_{\alpha 0vr} = 0 \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (6)$$

$$xc_{(nc+1)\beta vr} = 0 \quad \forall \beta \in Nc, v \in V, r \in R. \quad (7)$$

As Restrições (8) e (9) garantem que o horário de chegada em um nó é maior ou igual ao do nó anterior, mais o tempo de operação para carga ou descarga dos blocos, mais o tempo de navegação entre os dois nós, calculado pela razão entre a distância percorrida e a velocidade média do navio. Restrições de (10) a (15) garantem as janelas de tempo de cada nó. Restrições (16) asseguram que cada viagem de um mesmo navio começa após o fim da viagem anterior. Restrições (17) a (19) limitam o momento de início do carregamento. Restrições (20) e (21) garantem que a duração de cada viagem não excede o tempo máximo permitido.

$$T_{\beta vr} \geq T_{0vr} + \frac{1}{ot_0} \sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} + \frac{di_{\alpha\beta}}{vel_v} - M(1 - xc_{0\beta vr}) \quad \forall \beta \in C1c, v \in V, r \in R \quad (8)$$

$$T_{\beta vr} \geq T_{\alpha vr} + \frac{1}{ot_{\alpha}} \sum_{i \in B} pr_{\alpha i} + \frac{di_{\alpha\beta}}{vel_v} - M(1 - xc_{\alpha\beta vr}) \quad \forall \alpha \in C0c, \beta \in C1c, \quad (9)$$

$v \in V, r \in R | \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1$

$$T_{0vr} \geq twi_0 \sum_{\beta \in Cc} xc_{0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (10)$$

$$T_{0vr} \leq twf_0 \sum_{\beta \in Cc} xc_{0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (11)$$

$$T_{\alpha vr} \geq twi_{\alpha} \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (12)$$

$$T_{\alpha vr} \leq twf_{\alpha} \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (13)$$

$$T_{(nc+1)vr} \geq twi_{(nc+1)} \sum_{\alpha \in Cc} xc_{\alpha(nc+1)vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (14)$$

$$T_{(nc+1)vr} \leq twf_{(nc+1)} \sum_{\alpha \in Cc} xc_{\alpha(nc+1)vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (15)$$

$$T_{0vr} \geq T_{(nc+1)v(r-1)} \quad \forall v \in V, r \in R | r \geq 2 \quad (16)$$

$$T_{0vr} \geq 0 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (17)$$

$$T_{\alpha vr} \leq hp \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (18)$$

$$T_{0vr} \leq r tv \quad \forall v \in V, r \in R \quad (19)$$

$$T_{(nc+1)v1} \leq tv \quad \forall v \in V, r \in R \quad (20)$$

$$T_{(nc+1)vr} - T_{(nc+1)v(r-1)} \leq tv \quad \forall v \in V, r \in R | r \geq 2 \quad (21)$$

Restrições (22) asseguram que um navio não navega diretamente de um nó para o mesmo nó. Restrições (23) e (24) indicam que há no mínimo 1 e no máximo  $nv$  navios disponíveis. As Restrições (22), (23) e (24) foram incluídas a fim de se criar planos de cortes, restrições, que pudessem ajudar o *solver* a convergir mais rápido para a solução ótima. As Restrições (25) indicam que se o navio  $v \in V$  viaja,  $nu_v = 1$ . Restrições (26) garantem que o número de viagens por navio não extrapola o limite estabelecido. Restrições (27) asseguram que os navios só carregam quando viajam e a quantidade de blocos em uma viagem não ultrapassa  $nb$ . Restrições (28) garantem que o navio  $v \in V$  sai carregado com todos os blocos das remessas da viagem  $r \in R$ . As Restrições (29) e (30) visam atribuir o valor 0 ou 1 para a variável de decisão  $s_{ijvr}$ . Com base nas duas restrições, caso um navio atraque em um porto e todos os blocos sejam carregados pelo navio, então  $s_{ijvr} = 1$ ; caso contrário,  $s_{ijvr} = 0$ .

$$xc_{\alpha\alpha vr} = 0 \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (22)$$

$$\sum_{v \in V} nu_v \geq 1 \quad (23)$$

$$\sum_{v \in V} nu_v \leq nv \quad (24)$$

$$\sum_{\beta \in Cc} \sum_{r \in R} xc_{0\beta vr} \geq m nu_v \quad \forall v \in V \quad (25)$$

$$\sum_{\beta \in Cc} \sum_{r \in R} xc_{0\beta vr} \leq nr nu_v \quad \forall v \in V \quad (26)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} \leq nb \sum_{\beta \in Cc} xc_{0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (27)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} = \sum_{i \in B} pr_{\alpha i} \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R | pr_{\alpha i} = 1 \quad (28)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} - nb \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \leq m \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R | pr_{\alpha i} = 1. \quad (29)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} + nb \left( 1 - \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \right) \geq m \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R | pr_{\alpha i} = 1. \quad (30)$$

Restrições (31) garantem que cada bloco estará em apenas um porão. Os blocos não excedem a capacidade em peso do porão onde estarão pelas restrições (32). Devido às restrições (33) a (35), cada bloco estará dentro do porão  $j \in J$  no qual foi alocado, sem ultrapassar suas medidas.

$$\sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} s_{ijvr} = 1 \quad \forall i \in B \quad (31)$$

$$\sum_{i \in B} \omega_i s_{ijvr} \leq Q_{j,v} \quad \forall v \in V, j \in J, r \in R \quad (32)$$

$$x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + o_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \leq L_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (33)$$

$$y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) + o_i (lx_i + lz_i - wy_i) \leq W_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (34)$$

$$z_i + o_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i \leq H_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (35)$$

Restrições (36) a (41) garantem que cada medida do bloco  $i \in B$  ficará paralela a um dos três eixos do porão. Restrições (42) definem se é permitida a rotação 3D ou apenas a rotação 2D dos blocos. As Restrições (43) e (44) definem se a variável de decisão  $\delta_{ikjvr}$  terá o valor 0 ou 1 se o bloco  $k$  e o bloco  $i$  estiverem no mesmo porão, no mesmo navio e na mesma viagem. Para tanto, são utilizadas as variáveis de decisão  $s_{ijvr}$ ,  $s_{kjvr}$ . Caso ambas valham 1, representando que o bloco  $i$  e o bloco  $k$  estão no porão  $j$  do navio  $v$  e na viagem  $r$ , então  $\delta_{ikjvr} = 1$ . Caso uma das duas variáveis seja igual a zero, então  $\delta_{ikjvr} = 0$ . Restrições (45) a (50) garantem que dois blocos não ocuparão o mesmo espaço em um porão na mesma viagem e, juntamente com as restrições (51) a (56), definem os valores das variáveis  $a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$ .

$$lx_i + ly_i + lz_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (36)$$

$$wx_i + wy_i + wz_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (37)$$

$$hx_i + hy_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (38)$$

$$lx_i + wx_i + hx_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (39)$$

$$ly_i + wy_i + hy_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (40)$$

$$lz_i + wz_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (41)$$

$$hz_i \geq -D + 3 \quad \forall i \in B \quad (42)$$

$$2 - s_{ijvr} - s_{kjvr} \geq m(1 - \delta_{ikjvr}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (43)$$

$$2 - s_{ijvr} - s_{kjvr} \leq 2(1 - \delta_{ikjvr}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + o_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ & \leq x_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - a_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} & x_k + p_k lx_k + q_k (lz_k - wy_k + hz_k) + o_k (1 - lx_k - lz_k + wy_k - hz_k) \\ & \leq x_i + M(2 - \delta_{ikjvr} - b_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} & y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) + o_i (lx_i + lz_i - wy_i) \\ & \leq y_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - c_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & y_k + q_k wy_k + p_k (1 - lx_k - lz_k) + o_k (lx_k + lz_k - wy_k) \\ & \leq y_i + M(2 - \delta_{ikjvr} - d_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \end{aligned} \quad (48)$$

$$z_i + o_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i \leq z_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (49)$$

$$z_k + o_k hz_k + q_k (1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k \leq z_i + M (2 - \delta_{ikjvr} - f_{ik}) \quad (50)$$

$$\forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + o_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \quad (51)$$

$$> x_k + M (\delta_{ikjvr} - a_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$x_k + p_k lx_k + q_k (lz_k - wy_k + hz_k) + o_k (1 - lx_k - lz_k + wy_k - hz_k) \quad (52)$$

$$> x_i + M (\delta_{ikjvr} - b_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) + o_i (lx_i + lz_i - wy_i) \quad (53)$$

$$> y_k + M (\delta_{ikjvr} - c_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$y_k + q_k wy_k + p_k (1 - lx_k - lz_k) + o_k (lx_k + lz_k - wy_k) > y_i + M (\delta_{ikjvr} - d_{ik} - 1) \quad (54)$$

$$\forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$z_i + o_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i > z_k + M (\delta_{ikjvr} - e_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (55)$$

$$z_k + o_k hz_k + q_k (1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k > z_i + M (\delta_{ikjvr} - f_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (56)$$

As Restrições (57) a (62) asseguram que não há posição relativa entre um bloco e ele próprio. Essas restrições foram incluídas a fim de se criar planos de cortes, restrições, que pudessem ajudar o *solver* a convergir mais rápido para a solução ótima. As Restrições (63) garantem que pelo menos uma posição relativa deve existir entre dois blocos que estejam no mesmo porão. As Restrições (64) a (69) garantem que há posição relativa entre dois blocos somente quando estão no mesmo porão e na mesma viagem. As Restrições (70) a (72) se referem à simetria de posições, por exemplo, se o bloco  $i$  está à esquerda do bloco  $k$ , este está à direita do bloco  $i$ . Nas restrições (73), se dois blocos estão no mesmo porão,  $\delta_{ikjvr} = 1$ , então a soma da coordenada  $x_i$ , da carga que está embaixo,  $e_{ik} = 1$ , mais o comprimento da face rotacionada que está no eixo X,  $p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + o_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i)$ , deve ser maior que a coordenada  $x_k$  do bloco  $k$  que está acima dela, para que haja ponto de apoio da bloco  $k$  sobre bloco  $i$ . As restrições (74) garantem que a coordenada  $x_i$  do bloco que está embaixo mais o comprimento da face rotacionada que está no eixo X menos a coordenada do bloco  $k$  que está acima deve ser maior que o comprimento da face rotacionado no eixo X do bloco  $k$ . O parâmetro  $as$  permite que nem todo o comprimento do bloco necessite estar apoiado sobre a bloco, deixando uma parte em balanço.

Caso  $a_s$  seja igual a 1, então 100% do comprimento da face rotacionada do bloco  $k$  deverá se apoiado no bloco  $i$ , que está abaixo. As restrições (75) garantem que a coordenada  $x_k$  do bloco que está acima não será menor que a coordenada  $x_i$  do bloco que está embaixo. As restrições (76), (77) e (78) são análogas às restrições (73), (74) e (75), respectivamente, porém para o eixo Y.

$$a_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (57)$$

$$b_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (58)$$

$$c_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (59)$$

$$d_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (60)$$

$$e_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (61)$$

$$f_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (62)$$

$$a_{ik} + b_{ik} + c_{ik} + d_{ik} + e_{ik} + f_{ik} \geq \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B | i \neq k; j \in J, v \in V, r \in R \quad (63)$$

$$a_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (64)$$

$$b_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (65)$$

$$c_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (66)$$

$$d_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (67)$$

$$e_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (68)$$

$$f_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (69)$$

$$a_{ik} = b_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (70)$$

$$c_{ik} = d_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (71)$$

$$e_{ik} = f_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (72)$$

$$x_i + p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i) + M (1 - e_{ik}) + M (1 - \delta_{ikjvr}) \geq x_k \quad (73)$$

$$\forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R$$

$$x_i + p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i) - x_k + M (1 - e_{ik}) + M (1 - \delta_{ikjvr}) \geq as \left[ p_k l x_k + q_k (l z_k - w y_k + h z_k) + o_k (1 - l x_k - l z_k + w y_k - h z_k) \right] \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (74)$$

$$x_i - M (1 - e_{ik}) - M (2 - s_{ijvr} - s_{kjvr}) \leq x_k \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (75)$$

$$y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i) + M (1 - e_{ik}) + M (1 - \delta_{ikjvr}) \geq y_k \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (76)$$

$$y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i) - y_k + M (1 - e_{ik}) + M (1 - \delta_{ikjvr}) \geq as \left[ q_k w y_k + p_k (1 - l x_k - l z_k) + o_k (l x_k + l z_k - w y_k) \right] \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (77)$$

$$y_i - M (1 - e_{ik}) - M (1 - \delta_{ikjvr}) \leq y_k \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (78)$$

Para o cálculo do desequilíbrio na distribuição de carga a bordo, considera-se que o centro de gravidade dos blocos equivale ao centro geométrico. O torque que um bloco gera em torno de um eixo do navio é, portanto, o produto vetorial entre seu peso e a distância do seu centro geométrico até o eixo. As restrições (79) e (80), que geram sempre valores opostos, calculam o módulo da somatória de torques gerados pelos blocos em torno do eixo longitudinal do navio, o que corresponde ao desequilíbrio na distribuição de carga de bombordo-boreste. Enquanto, as restrições (81) e (82) fornecem o módulo da somatória de torques gerados pelos blocos, pelo casario e pela casa de máquinas em torno do eixo transversal, que equivale ao desequilíbrio de proa-popa.

$$\rho_{vr} \geq \sum_{\alpha \in C} \sum_{i \in B} \left( y_i + \frac{q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i)}{2} - \frac{W_{jv}}{2} \right) \omega_i s_{ijvr} \quad (79)$$

$$\forall v \in V, r \in R \mid pr_{\alpha i} = 1$$

$$\rho_{vr} \geq \sum_{\alpha \in C} \sum_{i \in B} \left( \frac{W_{jv}}{2} - \left( y_i + \frac{q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i)}{2} \right) \right) \omega_i s_{ijvr} \quad (80)$$

$$\forall v \in V, r \in R \mid pr_{\alpha i} = 1$$

$$\tau_{vr} \geq \sum_{i \in B} \left( (u_{jv} + x_i + \frac{p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i)}{2} - \frac{\sigma_v}{2}) \omega_i s_{ijvr} \right) + \mu_v \sum_{\beta \in C} x_{c0} \beta_{vr} \quad (81)$$

$$\forall v \in V, j \in J, r \in R$$

$$\tau_{vr} \geq \sum_{i \in B} \left( \frac{\sigma_v}{2} - \left( u_{jv} + x_i + \frac{p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i)}{2} \right) \right) \omega_i s_{ijvr} \quad (82)$$

$$-\mu_v \sum_{\beta \in C} x_{c0} \beta_{vr} \quad \forall v \in V, j \in J, r \in R$$

As restrições (79) a (82) tornam o modelo não linear devido a multiplicação da variável  $s_{ijvr}$  pelas variáveis  $y_i$ ,  $w y_i$ ,  $l x_i$ ,  $l z_i$ ,  $x_i$  e  $h z_i$ . Sabendo que  $0 \leq y_i \leq W_{jv}$ , que  $0 \leq x_i \leq L_{jv}$  e que as demais variáveis dessas multiplicações são binárias, tais restrições podem ser linearizadas com a introdução das variáveis  $\eta^1_{ijvr}$ ,  $\eta^2_{ijvr}$ ,  $\eta^3_{ijvr}$ ,  $\eta^4_{ijvr}$ ,  $\eta^5_{ijvr}$  e  $\eta^6_{ijvr}$  e das restrições (83) a (104).

$$\eta^1_{ijvr} = 0 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid W_{jv} = 0 \quad (83)$$

$$\eta^1_{ijvr} \leq W_{jv} s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid W_{jv} > 0 \quad (84)$$

$$\eta^{1_{ijvr}} \leq y_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (85)$$

$$\eta^{1_{ijvr}} \geq y_i - W_{jv}(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (86)$$

$$\eta^{1_{ijvr}} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (87)$$

$$\eta^{2_{ijvr}} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (88)$$

$$\eta^{2_{ijvr}} \leq wy_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (89)$$

$$\eta^{2_{ijvr}} \geq s_{ijvr} + wy_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (90)$$

$$\eta^{3_{ijvr}} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (91)$$

$$\eta^{3_{ijvr}} \leq lx_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (92)$$

$$\eta^{3_{ijvr}} \geq s_{ijvr} + lx_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (93)$$

$$\eta^{4_{ijvr}} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (94)$$

$$\eta^{4_{ijvr}} \leq lz_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (95)$$

$$\eta^{4_{ijvr}} \geq s_{ijvr} + lz_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (96)$$

$$\eta^{5_{ijvr}} = 0 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid L_{v,j} = 0 \quad (97)$$

$$\eta^{5_{ijvr}} \leq L_{jv} s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid L_{v,j} > 0 \quad (98)$$

$$\eta^{5_{ijvr}} \leq x_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (99)$$

$$\eta^{5_{ijvr}} \geq x_i - L_{jv}(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (100)$$

$$\eta^{5_{ijvr}} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (101)$$

$$\eta^{6_{ijvr}} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (102)$$

$$\eta_{6ijvr} \leq hz_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \tag{103}$$

$$\eta_{6ijvr} \geq s_{ijvr} + hz_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \tag{104}$$

Assim, se  $s_{ijvr} = 0$ , tem-se que  $\eta_{1ijvr} = 0$  por (84) e (87). Se  $s_{ijvr} = 1$ , então  $\eta_{1ijvr} \geq y_i$  por (86) que combinada com (85) implica que  $\eta_{1ijvr} = y_i$ , logo  $s_{ijvr}y_i = \eta_{1ijvr}$ . Similarmente,  $s_{ijvr}x_i = \eta_{5ijvr}$  pelas restrições (98) a (101). Por outro lado, se  $s_{ijvr} = 0$ ,  $\eta_{2ijvr} = 0$  por (88). Se  $s_{ijvr} = 1$ , então  $\eta_{2ijvr} \geq wy_i$  por (90) que combinada com (89) implica que  $\eta_{2ijvr} = wy_i$ , logo  $s_{ijvr}wy_i = \eta_{2ijvr}$ . Com o mesmo raciocínio,  $s_{ijvr}lx_i = \eta_{3ijvr}$ ,  $s_{ijvr}lz_i = \eta_{4ijvr}$  e  $s_{ijvr}hz_i = \eta_{6ijvr}$ . Desse modo, o modelo se torna linear substituindo as restrições (79) a (82) pelas restrições (105) a (108).

$$\rho_{vr} \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left[ \omega_i \left( \eta_{1ijvr} + \frac{q_i \eta_{2ijvr} + p_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr})}{2} + \frac{o_i (\eta_{3ijvr} + \eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr})}{2} - \frac{W_{jv} s_{ijvr}}{2} \right) \right] \tag{105}$$

$\forall v \in V, r \in R$

$$\rho_{vr} \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left( \frac{W_{jv} s_{ijvr}}{2} - \left( \eta_{1ijvr} + \frac{q_i \eta_{2ijvr} + p_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr})}{2} + \frac{o_i (\eta_{3ijvr} + \eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr})}{2} \right) \right) \tag{106}$$

$\forall v \in V, r \in R$

$$\tau_{vr} \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left( \omega_i \left( \frac{u_{jv} s_{ijvr} + \eta_{5ijvr} + \frac{p_i \eta_{3ijvr}}{2} + \frac{q_i (\eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr} + \eta_{6ijvr})}{2}}{o_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr} + \eta_{2ijvr} - \eta_{6ijvr})} + \frac{\sigma_v s_{ijvr}}{2} \right) \right) + \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x_{c_0\beta vr} \tag{107}$$

$\forall v \in V, r \in R$

$$\tau_{vr} \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left( \omega_i \left( \frac{\sigma_v s_{ijvr}}{2} - \left( \frac{u_{jv} s_{ijvr} + \eta_{5ijvr} + \frac{p_i \eta_{3ijvr}}{2} + \frac{q_i (\eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr} + \eta_{6ijvr})}{2}}{o_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr} + \eta_{2ijvr} - \eta_{6ijvr})} \right) \right) \right) + \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x_{c_0\beta vr} \tag{108}$$

$\forall v \in V, r \in R$

Para garantir a política LIFO na arrumação dos blocos, é necessário inicialmente saber qual a sequência de descarga em cada viagem. As restrições (109) e (110) determinam que a sequência de uma viagem começa sempre em 0 e seu fim equivale ao total de remessas da viagem mais 1. Se um navio viaja diretamente de  $\alpha$  para  $\beta$ , então  $\alpha$  é o antecessor imediato de  $\beta$  na sequência da viagem pelas restrições (111). As restrições (112) asseguram que  $sq_{\alpha vr}$  é menor que  $nc$  se  $\alpha$  for visitado na viagem  $r$  e vale 0 caso contrário. As restrições (113) garantem que  $sq_{\alpha vr}$  é maior que 0 se um navio  $v$  visita o porto de descarga  $\alpha$  em uma viagem  $r$ .

$$sq_{0vr} = 0 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (109)$$

$$sq_{(nc+1)vr} \leq 1 + \sum_{\alpha \in Cc} \sum_{\beta \in Clc} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (110)$$

$$sq_{\beta vr} \geq sq_{\alpha vr} + 1 - (1 - xc_{\alpha\beta vr}) M \quad \forall \alpha \in C0c, \beta \in Clc \mid \alpha \neq \beta, \\ v \in V, r \in R \quad (111)$$

$$sq_{\alpha vr} \leq nc \sum_{\beta \in Clc} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (112)$$

$$sq_{\alpha vr} \geq \sum_{\beta \in Clc} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (113)$$

As restrições (114) e (115) garantem que  $nf_{\alpha\beta vr}$  vale 1 se o navio  $v$  visitar o porto de descarga  $\alpha$  antes de  $\beta$  na mesma viagem e 0 caso contrário. As restrições (116) a (118) asseguram que  $nf_{\alpha\beta vr}$  vale 0 se os nós  $\alpha$  e  $\beta$  não são visitados na mesma viagem. As restrições (119) indicam que só há relação de precedência na sequência de descarga entre nós diferentes.

$$sq_{\beta vr} - sq_{\alpha vr} \leq M nf_{\alpha\beta vr} + M \left( 1 - \sum_{\gamma \in Clc} xc_{\alpha\gamma vr} \right) + M \left( 1 - \sum_{\gamma \in Clc} xc_{\beta\gamma vr} \right) \quad (114)$$

$$\forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta, v \in V, r \in R$$

$$sq_{\beta vr} - sq_{\alpha vr} \geq M (nf_{\alpha\beta vr} - 1) - M \left( 1 - \sum_{\gamma \in Clc} xc_{\alpha\gamma vr} \right) - M \left( 1 - \sum_{\gamma \in Clc} xc_{\beta\gamma vr} \right) \quad (115)$$

$$\forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta, v \in V, r \in R$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\beta vr} + sq_{\alpha vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta, v \in V, r \in R \quad (116)$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\alpha vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta, v \in V, r \in R \quad (117)$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta, v \in V, r \in R \quad (118)$$

$$nf_{\alpha\alpha vr} = 0 \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (119)$$

As restrições (120) a (123) garantem a política LIFO na arrumação dos blocos. Assuma, por exemplo, que o bloco  $i$  pertence à remessa de  $\alpha$ , o bloco  $k$  pertence à remessa de  $\beta$  e ambos estão no mesmo porão, na mesma viagem. Se  $i$  estiver em uma posição abaixo de  $k$ , que não seja à direita ou à esquerda, e pela sequência de descarga  $i$  deve ser descarregado antes de  $k$ , então  $k$  deve estar em uma posição na frente ou atrás de  $i$  para não atrapalhar a sua descarga. Isso é garantido pelas restrições (120) e (121). Semelhantemente, se  $i$  estiver em uma posição abaixo de  $k$ , que não seja na frente ou atrás, as restrições (122) e (123) garantem que  $k$  deve estar à direita ou à esquerda de  $i$  para não atrapalhar sua descarga. As restrições (124) a (136) definem os domínios das variáveis de decisão do modelo.

$$a_{ik} + b_{ik} \geq 1 - M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) - M(c_{ik} + d_{ik}) \quad \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \quad (120)$$

$$j \in J; v \in V; r \in R \mid \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1$$

$$a_{ik} + b_{ik} \leq 1 + M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) + M(c_{ik} + d_{ik}) \quad \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \quad (121)$$

$$j \in J; v \in V; r \in R \mid \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1$$

$$\alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1 \quad (122)$$

$$c_{ik} + d_{ik} \leq 1 + M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) + M(a + b_{ik}) \quad \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \quad (123)$$

$$j \in J; v \in V; r \in R \mid$$

$$nu_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V. \quad (124)$$

$$xc_{\alpha\beta vr} \in \{0, 1\} \quad \forall \alpha, \beta \in Nc, v \in V, r \in R. \quad (125)$$

$$sq_{\alpha vr} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R. \quad (126)$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \in \{0,1\} \quad \forall \alpha, \beta \in Nc, v \in V, r \in R. \quad (127)$$

$$T_{\alpha vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R. \quad (128)$$

$$x_i, y_i, z_i \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B \quad (129)$$

$$lx_i, ly_i, lz_i, wx_i, wy_i, wz_i, hx_i, hy_i, hz_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in B \quad (130)$$

$$s_{ijvr} \in \{0,1\} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (131)$$

$$\delta_{ikjvr} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (132)$$

$$a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in B \quad (133)$$

$$\rho_{vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall v \in V, r \in R. \quad (134)$$

$$\tau_{vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall v \in V, r \in R. \quad (135)$$

$$\eta_{2ijvr}, \eta_{3ijvr}, \eta_{4ijvr}, \eta_{6ijvr} \in \{0,1\} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R. \quad (136)$$

O modelo matemático possui  $|V| + |V||R| \left( |Nc|^2 + |Nc| \right) + |B| \left( 5|J||V||R| + 9 \right) + |B|^2 \left( |J||V||R| + 6 \right)$  variáveis de decisão inteiras e  $|V||R| \left( |Nc| + 2 \right) + |B| \left( 2|J||V||R| + 3 \right)$  variáveis de decisão contínuas.

#### 4. INSTÂNCIAS DE TESTE

Para testar o modelo proposto, foram criadas instâncias considerando uma exportadora de blocos de granito que afreta navios sob contratos *time charter* para transporte marítimo das remessas a partir do Porto de Vitória, principal porto brasileiro para exportação de blocos de granito (Brasil, 2019). O Porto Marina de Carrara na Itália, Porto de Vigo na Espanha e Porto de Houston nos Estados Unidos são os portos de descarga. As distâncias entre os portos em milhas náuticas (mn) foram obtidas com a ferramenta *online Distance calculator, weather routing & voyage planning* da *Searoutes* (Tabela 1).

**Tabela 1:** Matriz de distâncias entre portos em milhas náuticas

	Vitória (BRA)	Carrara (ITA)	Vigo (ESP)	Houston (EUA)
Vitória (BRA)	0,0	4811,0	4153,0	5023,0
Carrara (ITA)	4811,0	0,0	1418,0	5613,0
Vigo (ESP)	4153,0	1418,0	0,0	4504,0
Houston (EUA)	5023,0	5613,0	4504,0	0,0

Fonte: Searoutes (2021).

As medidas de comprimento, largura e altura dos blocos de granito variam de 1,50 a 6,00 metros, sendo o comprimento a maior medida e a altura a menor. O peso de cada bloco foi calculado através do produto entre seu volume e o peso específico aparente médio do granito que, segundo a NBR 6120 (ABNT, 2019), é 28,5 kN/m<sup>3</sup>. Para todos os blocos, foi considerada área de suporte de 100%.

Foram considerados três navios. O navio N1 tem custo de afretamento de US\$ 570.00,00, custo por milha navegada de US\$ 10,00, velocidade média de 10 mn/h e torque  $\mu_v = 2.805 \text{ kNm}$ . Possui dois porões cada um com capacidade de 27.500 kN,  $L = 10,00 \text{ m}$ ,  $W = 8,00 \text{ m}$  e  $H = 12,00 \text{ m}$ . O navio N2 tem custo de afretamento de US\$ 630.00,00, custo por milha navegada de US\$ 11,00, velocidade média de 9,5 mn/h e torque  $\mu_v = 104.895 \text{ kNm}$ . Possui dois porões ambos com  $W = 10,10 \text{ m}$  e  $H = 7,12 \text{ m}$ , mas o porão 1 tem  $L = 25,20 \text{ m}$  e capacidade de 49.900 kN, enquanto o porão 2 tem  $L = 31,75 \text{ m}$  e  $Q = 61.900 \text{ kN}$ . O navio N3 tem custo de afretamento de US\$ 720.00,00, custo por milha navegada de US\$ 15,00, velocidade média de 8,5 mn/h e torque  $\mu_v = 272.100 \text{ kNm}$ . Possui 4 porões todos com  $W = 17,00 \text{ m}$  e  $H = 7,60 \text{ m}$ . No entanto, o porão 1 tem  $L = 16,80 \text{ m}$  e  $Q = 13.871 \text{ kN}$ , o porão 2 tem  $L = 24,50 \text{ m}$  e  $Q = 20.228 \text{ kN}$ , porão 3,  $L = 21,70 \text{ m}$  e  $Q = 17.916 \text{ kN}$ , porão 4,  $L = 18,20 \text{ m}$  e  $Q = 15.027 \text{ kN}$ .

As instâncias foram divididas em cinco grupos. No Grupo 1, foram criadas 20 instâncias com os navios N1 e N2, duas viagens no máximo por navio e 17 blocos divididos em três remessas. Foram testadas diversas combinações dos valores de  $\delta(0,1a10,0)$ ,  $\varepsilon(0,1a2,0)$ ,  $\theta(0,001a10,000)$   $\varphi(0,001a100,000)$  para a análise de sensibilidade destes parâmetros na FO (Equação 1). Após a execução das 20 instâncias do Grupo 1 (análise de sensibilidade), foi definido que os pesos ideais a serem adotados são:  $\delta = 10,0$ ,  $\varepsilon = 1,0$ ,  $\theta = 0,1$  e  $\varphi = 0,1$ . Portanto, esses foram os pesos definidos para as parcelas da FO nos demais grupos.

Grupo 2 reúne duas instâncias com o objetivo de testar a distribuição equilibrada de carga a bordo. Na Instância 2A,  $\varepsilon = 1$ , ou seja, minimiza-se o desequilíbrio. Já na Instância 2B, não se minimiza o desequilíbrio ( $\varepsilon = 0$ ). Foi considerado apenas o navio N3 com  $\mu_v = 272.100,00 \text{ kNm}$  e as mesmas remessas do Grupo 1. No Grupo 3, o objetivo das duas instâncias criadas foi testar a arrumação dos blocos de acordo com a política LIFO. Para testar como o modelo matemático se comportaria no cenário de blocos de mesma dimensão, somente a instância 3A possui 18 blocos idênticos com todas as medidas iguais a 4 m e peso de 1.824,00 kN. As outras instâncias testadas possuem blocos de dimensões variadas. São permitidas no máximo duas viagens do navio N1 para transporte de três remessas, cada uma com seis blocos. A janela de tempo para descarga é a mesma para todas as remessas ( $twi_\alpha = 0$  e  $twf_\alpha = 1.560$ ) e  $t_v = 2.040 \text{ h}$ . A instância 3B difere da 3A apenas em relação às janelas de tempo ( $twi_1 = 0$ ,  $twf_1 = 500$ ,  $twi_2 = 500$ ,  $twf_2 = 2.000$ ,  $twi_3 = 500$  e  $twf_3 = 2.000$ ). O Grupo 4 é composto por três instâncias criadas para avaliar o impacto da rotação ortogonal na arrumação dos blocos: Instância 4A com rotação 3D ( $D = 3$

), Instância 4B só com rotação 2D ( $D = 2$ ) e Instância 4C sem rotação ( $lx_i = 1, wy_i = 1, hz_i = 1, \forall i \in B$ ). Considerou-se uma remessa com dez blocos para o Porto Marina de Carrara e outra com cinco blocos para o Porto de Vigo. Foi disponibilizado apenas o navio N1 para fazer até duas viagens. O Grupo 5 abrange cinco instâncias criadas para avaliar o desempenho do modelo quando se aumenta o número de blocos. Foram consideradas até duas viagens dos navios N2 e N3. As Instâncias 5A, 5B e 5C são compostas respectivamente por 30, 40 e 50 blocos divididos em duas remessas, enquanto nas Instâncias 5D e 5E são, respectivamente, 50 e 70 blocos de uma única remessa.

A Tabela 2 resume as características das instâncias de teste e mostra o número de variáveis de decisão inteiras e contínuas para cada uma. Na Tabela 2, G1 representa as 20 instâncias do Grupo 1. Nota-se que o número de variáveis cresce significativamente quando se aumenta o número de nós e mais ainda quando se aumenta o número de blocos.

**Tabela 2:** Características das instâncias de teste

I	Nº Blocos	Nº Nós	Nº Porões	Nº Navios	Nº Viagens	Nº Variáveis		Observação
						Inteiras	Contínuas	
G1	17	5	2	2	2	5.001	351	Análise de sensibilidade
2A	17	5	4	1	1	3.414	194	Distribuição equilibrada
2B	17	5	4	1	1	3.414	194	Distribuição desequilibrada
3A	18	5	2	1	2	3.823	212	LIFO
3B	18	5	2	1	2	3.823	212	LIFO com janelas de tempo
4A	15	4	2	1	2	2.726	177	Rotação 3D
4B	15	4	2	1	2	2.726	177	Rotação 2D
4C	15	4	2	1	2	2.726	177	Sem rotação
5A	30	4	4	2	2	22.552	1.074	Desempenho do modelo
5B	40	4	4	2	2	38.842	1.424	Desempenho do modelo
5C	50	4	4	2	2	59.532	1.774	Desempenho do modelo
5D	50	3	4	2	2	59.500	1.770	Desempenho do modelo
5E	70	3	4	2	2	114.080	2.470	Desempenho do modelo

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Utilizou-se o *solver* CPLEX, versão 12.8, em computador com dois processadores Intel Xeon Silver, com 16 núcleos cada, e 128 GB de memória RAM. O tempo máximo de execução foi de 3 horas para

as instâncias do Grupo 1, 8 horas para os grupos 2 a 4 e 24 horas para o grupo 5. Esses limites foram estabelecidos porque não se observou melhorias significativas de solução além deles.

A Tabela 3 apresenta os resultados de execução do CPLEX obtidos para as instâncias dos grupos 2 a 5. As colunas (1) e (2) identificam os grupos e as instâncias. A coluna (3) expressa o valor da FO. As colunas (4), (5), (6) e (7) representam respectivamente os valores de *Upper Bound* (UB), *Lower Bound* (LB), *gap* ( $gap = (UB - LB) / UB$ ) e tempo de execução (TE) obtidos pelo CPLEX. Obteve-se solução ótima para as instâncias do Grupo 2, Grupo 4 e para a Instância 5A. Foi obtido *gap* inferior a 5% para as instâncias do Grupo 3 e para a Instância 5B. Para a Instância 5D o *gap* foi de 20,6% e para as instâncias 5C e 5E, o CPLEX não encontrou uma solução viável, sendo apresentado apenas o LB.

**Tabela 3:** Resultados de execução do CPLEX para as instâncias dos grupos 2 a 7

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Grupo	Instância	FO	UB	LB	Gap (%)	TE (s)
2	2A	9.563.586,80	9.563.586,80	9.563.586,80	0,000	9,14
	2B	9.563.586,80	9.563.586,80	9.563.586,80	0,000	3,28
3	3A	7.020.866,22	7.020.866,22	6.975.758,91	0,640	28.800,00
	3B	7.308.294,56	7.308.294,56	6.975.758,91	4,550	28.800,00
4	4A	6.438.304,57	6.438.304,57	6.438.304,57	0,000	27,48
	4B	7.193.063,82	7.193.063,82	7.193.063,82	0,000	1.122,58
	4C	7.193.064,13	7.193.064,13	7.193.064,13	0,000	1.125,27
5	5A	7.442.130,91	7.442.130,91	7.442.130,91	0,000	1.450,14
	5B	7.523.130,78	7.523.130,78	7.442.131,38	1,080	86.400,00
	5C	-	-	7.646.675,97	-	86.400,00
	5D	8.645.518,54	8.645.518,54	6.864.818,07	20,600	86.400,00
	5E	-	-	7.255.360,82	-	86.400,00

Na Instância 2A, a distribuição de carga ficou completamente equilibrada. Porém, os blocos em cada porão foram posicionados mais próximos à proa para equilibrar o toque gerado pelo peso do casario e da casa de máquinas, ambos localizados na popa do navio (Figura 3a). Na Instância 2B, que não minimiza o desequilíbrio, foi calculado um desequilíbrio de 40.767,00 kNm de bombordo-boreste e de 90.910,00 kNm de proa-popa. Os desequilíbrios são visíveis na Figura 2b. Nessa condição, o navio está instável e não pode navegar. Uma arrumação como essa exige manobras de lastro de água para equilibrar o navio, que normalmente são operações demoradas. Os resultados do Grupo 2 revelam que o modelo é capaz de minimizar os desequilíbrios de proa-popa e bombordo-boreste, a fim de evitar manobras de lastro de água no porto de carregamento.

As instâncias do Grupo 3 testaram o modelo quanto à política LIFO. **Nota-se na** Figura 4a que a arrumação dos blocos na Instância 3A obedece a política LIFO. Os blocos vermelhos da remessa 2 são os primeiros a sair, depois os blocos verdes da remessa 1 e por fim os azuis da remessa 3.  $T_{nav}$  é o tempo de navegação e  $d_i$  é a distância entre dois nós,  $ot$  é a taxa de operação e  $Top$  é o tempo de operação em cada nó. Na instância 3B, a sequência de descarga foi diferente para atender as janelas de tempo das remessas ( $twi_1 = 0$ ,  $twf_1 = 500$ ,  $twi_2 = 500$ ,  $twf_2 = 2.000$ ,  $twi_3 = 500$  e

$twf_3 = 2.000$  ), mas a arrumação dos blocos também respeita a política LIFO (Figura 4b). Estes resultados demonstram como a sequência de descarga influencia a arrumação dos blocos devido à política LIFO.

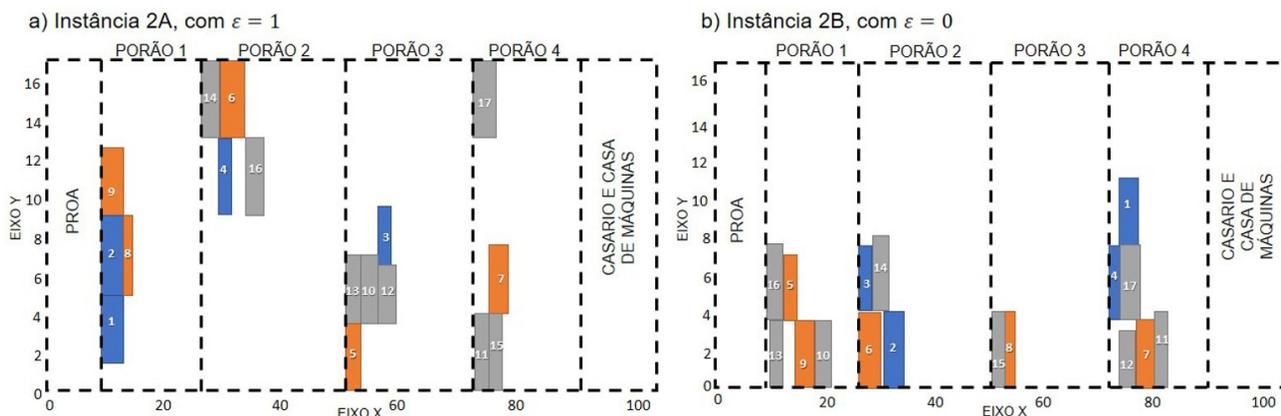


Figura 3. Vista superior da arrumação dos blocos nos porões, Grupo 2.

Na instância 4A, com rotação 3D, foi possível arrumar todos os 15 blocos em uma viagem do navio N1. O custo com a distância a navegar foi US\$ 103.820,00. A arrumação respeitou a capacidade em volume e peso dos porões e nenhum bloco foi empilhado (Figura 4c). Na Instância 4B, com rotação 2D, e na Instância 4C, sem rotação, foram necessárias duas viagens do navio N1 para transportar os mesmos 15 blocos, o que significa maior distância a navegar. Por isso, o custo com a distância foi US\$ 179.280,00. Como todos os blocos de uma remessa devem estar na mesma viagem, a remessa 2 ficou na viagem 1 e a remessa 1 na viagem 2. A diferença entre os resultados das instâncias 4C e 4B está apenas na arrumação dos blocos como mostram a Figura 4d e a Figura 4e. Mais blocos foram empilhados na viagem 2 da Instância 4C do que na viagem 2 da Instância 4B.

As instâncias do Grupo 4 apontam que, embora não seja uma operação trivial, a rotação 3D dos blocos pode implicar na economia de uma viagem ou até de um navio. Nesse sentido, o modelo ajuda a decidir se a rotação 3D é vantajosa ou não para cada instância. Além disso, os resultados do Grupo 4 evidenciam que certos arranjos são incapazes de alocar todos os blocos que um navio suporta transportar em uma viagem.

Para a Instância 5A, com 30 blocos em 2 remessas, e a Instância 5B, com 40 blocos em 2 remessas, foi necessária apenas uma viagem do navio N2. Logo, não é preciso afretar o navio N3 que tem maior custo. Para a Instância 5D, com 50 blocos e 1 remessa, foi encontrada solução com *gap* de 20,6%. Já para a Instância 5C, com 50 blocos e 2 remessas, e para a Instância 5E, com 70 blocos e 1 remessa, o CPLEX não obteve solução durante as 24 h de execução (Tabela 3). Conforme Tabela 2, o número de variáveis  $e$ , conseqüentemente, o esforço computacional para a resolução do problema crescem exponencialmente quando se aumenta o número de remessas e de blocos. Por isso, o CPLEX tende a não encontrar solução factível em um tempo de execução aceitável.

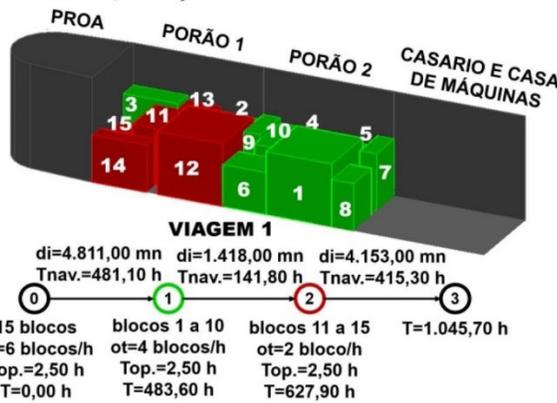
a) Instância 3A, LIFO



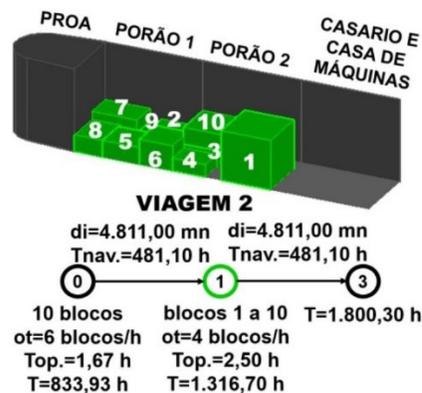
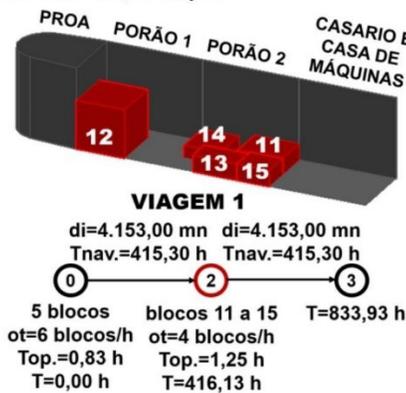
b) Instância 3B, LIFO com janelas de tempo



c) Instância 4A, rotação 3D



d) Instância 4B, rotação 2D



e) Instância 4C, sem rotação

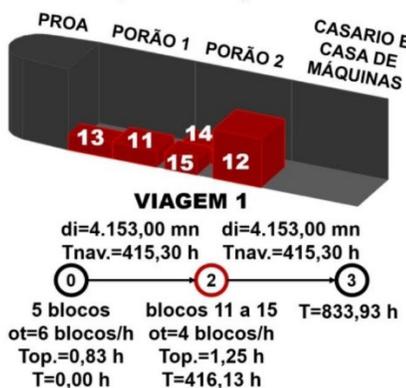


Figura 4. Viagens e arrumação dos blocos nas instâncias do Grupo 3 e Grupo 4.

## 6. CONCLUSÕES

Este artigo analisou o problema do planejamento de viagens de navios afretados em contratos *time charter* para o transporte marítimo de blocos de granito. Foi proposto um modelo matemático inspirado no 3L-CVRP para definir as viagens e a arrumação de carga nos porões de forma integrada, visando minimizar os custos com afretamento e com a distância navegada. O modelo proposto é inovador por considerar de forma conjunta múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, política LIFO, rotação 3D dos blocos e distribuição equilibrada de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste.

Foram criadas instâncias com base em uma exportadora de blocos de granito para testar o modelo. Os resultados dos testes realizados com o *solver* CPLEX apontaram que a rotação 3D na arrumação de carga pode levar à economia de uma viagem ou até mesmo de um navio. Ao minimizar o desequilíbrio na distribuição de carga, foram obtidos arranjos completamente equilibrados que evitam as manobras com lastro de água para manter o equilíbrio dos navios no porto de carregamento. Foi demonstrado que o planejamento das viagens e da arrumação de carga deve ser abordado de forma integrada porque a sequência de descarga influencia a arrumação devido à política LIFO. Além disso, certos arranjos podem ser incapazes de alocar todos os blocos planejados para uma viagem, mesmo que a capacidade de transporte do navio em peso e volume seja suficiente.

Obteve-se solução ótima apenas para instâncias pequenas com até 30 blocos e 2 remessas. Portanto, sugere-se o desenvolvimento de um algoritmo computacional para resolver instâncias maiores. Outra sugestão é incorporar no modelo restrições de acesso aos portos de acordo com a carga transportada e o porte do navio. Também é possível adaptar o modelo proposto para aplicação em outros tipos de carga e outros modos de transporte, como o rodoviário e o aéreo.

### CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

NTG: Análise formal, Conceitualização, Curadoria de dados, Escrita — rascunho original, Escrita — revisão e edição, Investigação, Metodologia, Programas, Validação, Visualização; BCU: Análise formal, Curadoria de dados, Escrita — rascunho original, Escrita — revisão e edição, Investigação, Metodologia, Programas, Validação, Visualização; RAR: Administração de projetos, Aquisição de financiamento, Conceitualização, Curadoria de dados, Escrita — rascunho original, Escrita — revisão e edição, Investigação, Metodologia, Programas, Recursos, Supervisão, Validação, Visualização.

### DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSES

Os autores declaram que não há conflito de interesses.

### USO DE TECNOLOGIA ASSISTIDA POR INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Os autores declaram que nenhuma ferramenta de inteligência artificial foi usada na pesquisa aqui relatada ou na preparação deste artigo.

### REFERÊNCIAS

- ABNT (2019) *NBR 6120: Ações para o Cálculo de Estruturas de Edificações*. Rio de Janeiro: ABNT.
- Arpini, B.P. e R.A. Rosa (2015) Planejamento da logística de suprimento de plataformas offshore por meio de um modelo matemático 2L-CVRP com frota heterogênea e equilíbrio náutico. *Transportes*, v. 23, n. 4, p. 67-78. DOI: 10.14295/transportes.v23i4.920.
- Bortfeldt, A. e J. Homberger (2013) Packing first, routing second: a heuristic for the vehicle routing and loading problem. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 3, p. 873-885. DOI: 10.1016/j.cor.2012.09.005.
- Brasil, Ministério da Indústria, Comércio Exterior e Serviços (2019) *Comex Stat*. Disponível em: <<http://comexstat.mdic.gov.br>> (acesso em 15/08/2023).

- Ceschia, S.; A. Schaerf e T. Stützle (2013) Local search techniques for a routing-packing problem. *Computers & Industrial Engineering*, v. 66, n. 4, p. 1138-1149. DOI: 10.1016/j.cie.2013.07.025.
- Christiansen, M.; K. Fagerholt; N.P. Rachaniotis et al. (2015) A decision support model for routing and scheduling a fleet of fuel supply vessels. In Corman, F.; S. Voß e R. Negenborn (eds.) *Computational Logistics*. New York: Springer, p. 46-60. (Lecture Notes in Computer Science 9335). DOI: 10.1007/978-3-319-24264-4\_4.
- Fagerholt, K.; L.M. Hvattum; T.A. Johnsen et al. (2013) Routing and scheduling in project shipping. *Annals of Operations Research*, v. 207, n. 1, p. 67-81. DOI: 10.1007/s10479-011-0888-1.
- Fuellerer, G.; K.F. Doerner; R.F. Hartl et al. (2009) Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 3, p. 655-673. DOI: 10.1016/j.cor.2007.10.021.
- Gendreau, M.; M. Iori; G. Laporte et al. (2006) A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. *Transportation Science*, v. 40, n. 3, p. 342-350. DOI: 10.1287/trsc.1050.0145.
- Junqueira, L.; J.F. Oliveira; M.A. Carravilla et al. (2013) An optimization model for the vehicle routing problem with practical three-dimensional loading constraints. *International Transactions in Operational Research*, v. 20, n. 5, p. 645-666. DOI: 10.1111/j.1475-3995.2012.00872.x.
- Krebs, C.; J.F. Ehmke e H. Koch (2021) Advanced loading constraints for 3D vehicle routing problems. *OR-Spektrum*, v. 43, n. 4, p. 835-875. DOI: 10.1007/s00291-021-00645-w.
- Krebs, C. e J.F. Ehmke (2023) Solution validator and visualizer for (combined) vehicle routing and container loading problems. *Annals of Operations Research*, v. 326, n. 1, p. 561-579. DOI: 10.1007/s10479-023-05238-0.
- Mahvash, B.; A. Awasthi e S. Chauhan (2017) A column generation based heuristic for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *International Journal of Production Research*, v. 55, n. 6, p. 1730-1747. DOI: 10.1080/00207543.2016.1231940.
- Martínez, L. e C.A. Amaya (2013) A vehicle routing problem with multi-trips and time windows for circular items. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 64, n. 11, p. 1630-1643. DOI: 10.1057/jors.2012.128.
- Mazioli, F.C.; R.A. Rosa; R.G.V. Sagrilo et al. (2019) Assessment of the impact of charter party clauses and port's characteristics on the port's financial result. *Computers & Industrial Engineering*, v. 128, p. 70-90. DOI: 10.1016/j.cie.2018.12.027.
- Miao, L.; Q. Ruan; K. Woghiren et al. (2012) A hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *Operations Research*, v. 46, n. 1, p. 63-82. DOI: 10.1051/ro/2012008.
- Montani, C. (2019) *XXX Relatório Mármore e Rochas no Mundo 2019 - Dossiê Brasil*. Carrara: Aldus Casa di Edizioni in Carrara.
- Moura, A. (2019) A model-based heuristic to the vehicle routing and loading problem. *International Transactions in Operational Research*, v. 26, n. 3, p. 888-907. DOI: 10.1111/itor.12586.
- Moura, A. and J.F. Oliveira (2009) An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. *OR-Spektrum*, v. 31, n. 4, p. 775-800. DOI: 10.1007/s00291-008-0129-4.
- Moura, A.; J. Oliveira e C. Pimentel (2013) A mathematical model for the container stowage and ship routing problem. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, v. 12, n. 3, p. 217-223. DOI: 10.1007/s10852-012-9207-3.
- Øvstebø, B.O.; L.M. Hvattum e K. Fagerholt (2011) Routing and scheduling of RoRo ships with stowage constraints. *Transportation Research Part C, Emerging Technologies*, v. 19, n. 6, p. 1225-1242. DOI: 10.1016/j.trc.2011.02.001.
- Pinto, G.L.; L.R. Vitorugo; R.A. Rosa et al. (2018) Planning the transport of loads to oil platforms considering the arrangement of the loads on the ship's deck. *Computers & Industrial Engineering*, v. 119, p. 289-300. DOI: 10.1016/j.cie.2018.03.013.
- Ranck Jr., R.; H.H. Yanasse; R. Morabito et al. (2019) A hybrid approach for a multi-compartment container loading problem. *Expert Systems with Applications*, v. 137, p. 471-492. DOI: 10.1016/j.eswa.2019.07.020.
- Rojas-Cuevas, I.; S. Caballero-Morales; D. Sánchez-Partida et al. (2023) Three-axes rotation algorithm for the relaxed 3L-CVRP. *Jurnal Kejuruteraan*, v. 33, n. 1, p. 63-72. DOI: 10.17576/jkukm-2021-33(1)-07.
- Ruan, Q.; Z. Zhang; L. Miao et al. (2013) A hybrid approach for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 6, p. 1579-1589. DOI: 10.1016/j.cor.2011.11.013.
- Searoutes (2021) *Distance Calculator, Weather Routing & Voyage Planning*. Disponível em: <<https://classic.searoutes.com/routing/>> (acesso em 15/08/2023).
- Tarantilis, C.D.; E.E. Zachariadis e C.T. Kiranoudis (2009) A hybrid metaheuristic algorithm for the integrated vehicle routing and three-dimensional container-loading problem. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 10, n. 2, p. 255-271. DOI: 10.1109/TITS.2009.2020187.
- Vega-Mejía, C.A.; J.R. Montoya-Torres e S.M. Islam (2019) Consideration of triple bottom line objectives for sustainability in the optimization of vehicle routing and loading operations: a systematic literature review. *Annals of Operations Research*, v. 273, n. 1-2, p. 311-375. DOI: 10.1007/s10479-017-2723-9.
- Wei, L.; Z. Zhang e A. Lim (2014) An adaptive variable neighborhood search for a heterogeneous fleet vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, v. 9, n. 4, p. 18-30. DOI: 10.1109/MCI.2014.2350933.