UMA CONTRIBUIÇÃO À SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO COM MÚLTIPLOS OBJETIVOS

André Tadeu Paes de Souza e Carlos David Nassi
Programa de Engenharia de Transportes
COPPE/UFRJ

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido a fim de apresentar soluções para o problema de roteamento com múltiplos objetivos. No intuito de analisar a solução para este tipo de problema foi estudado o caso de sistema de ônibus fretado. As conclusões obtidas na elaboração da solução deste tipo de problema poderão ser aplicadas em várias situações de roteamento com múltiplos objetivos.

No caso de sistema de ônibus fretado, os objetivos principais estabelecidos visando a adoção do sistema proposto foram: a minimização do tempo de viagem dos usuários; a minimização da diferença entre o horário de saída de casa no sistema de transporte atual e o horário de saída após a adoção do novo sistema; a minimização da distância percorrida pela frota (custos) e a máxima precisão no horário de chegada.

Na elaboração da solução do problema utiliza-se a técnica proposta por Kikuchi, Teodorovic e Hohlacov (1991) que se baseia na utilização conjunta do algoritmo de Clarke-Wright (1962) e do método TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) desenvolvido por Yoon e Hwang (1981) que possibilita a análise do problema contendo objetivos nitidamente conflitantes. O algoritmo utilizado para a solução do problema foi implementado em microcomputador compatível ao IBM-PC, com as adaptações necessárias às. características do problema.

Analisa-se um caso particular buscando interpretar os resultados obtidos. Nesta análise variamos os pesos atribuídos a cada função objetivo, permitindo assim uma maior compreensão do comportamento do problema frente à variação dos desejos dos usuários e operadores (nível de importância relativa de cada função objetivo).

A técnica de solução aqui utilizada pode ser empregada em qualquer problema de roteamento que permita a comparação entre os índices obtidos pelos pares de nós nas diferentes funções objetivo que forem analisadas. O programa desenvolvido não se limita à solução deste problema, pois pode-se utilizá-lo tanto para passageiros quanto para mercadorias. Pode-se aplicar o mesmo método para uma empresa que deve realizar o transporte de uma matéria-prima que deve ficar o menor tempo possível em trânsito.

---

1. Introdução

Otimização é a palavra de ordem nos dias de hoje. O aproveitamento máximo dos recursos disponíveis é uma necessidade no mundo atual devido à crise econômica. Em paralelo a esta necessidade desenvolve-se uma outra linha de tomada de decisão baseada na "humanização", na qual além de se analisar a natureza econômica do problema levam-se em conta os desejos e objetivos do operador e do usuário do sistema em questão. O gerenciamento eficiente da frota (custo baixo e qualidade satisfatória) atualmente é fator essencial para a sobrevivência de uma empresa de transporte, e de diminuição dos custos de uma empresa que utilize esse tipo de serviço.

Buscando seguir a tendência mundial no gerenciamento, este trabalho foi desenvolvido a fim de apresentar soluções para o problema de roteamento com múltiplos objetivos. No intuito de analisar a solução para este tipo de problema foi estudado o caso de sistema de ônibus fretado. As conclusões obtidas na elaboração da solução deste tipo de problema poderão ser aplicadas em várias situações de roteamento com múltiplos objetivos.

No caso de sistema de ônibus fretado, os objetivos principais estabelecidos visando a adoção do sistema proposto foram:

a) para os usuários:

a_1) a minimização do tempo de viagem;

a_2) a minimização da diferença entre o horário de saída de casa no sistema de transporte atual e o horário de saída após a adoção do novo sistema.

b) para os operadores:

b_1)a minimização da distância percorrida pela frota (custos)

b_2)a máxima precisão no horário de chegada.

Na elaboração da solução do problema utiliza-se a técnica proposta por Kikuchi, Teodorovic e Hohlacov (1991) que se baseia na utilização conjunta do algoritmo de Clarke-Wright (1962) e do método TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) desenvolvido por Yoon e Hwang (1981) que possibilita a análise do problema contendo objetivos nitidamente conflitantes. O algoritmo utilizado para a solução do problema foi implementado em microcomputador compatível ao IBM-PC, com as adaptações necessárias às características do problema.

Com o desenvolvimento do programa baseado na técnica que será demonstrada a seguir, analisa-se um caso particular buscando interpretar os resultados obtidos. Nesta análise variamos os pesos atribuídos a cada função objetivo, permitindo assim uma maior compreensão do comportamento do problema frente à variação dos desejos dos usuários e operadores (nível de importância relativa de cada função objetivo).

2. Caracterização do Problema

O problema consiste basicamente em construir as rotas que melhor atendam aos objetivos dos operadores e usuários do sistema. Pretende-se analisar o caso de uma firma ou empresa que resolve oferecer a seus empregados um sistema de transporte gratuito baseado em ônibus particulares que recolherão os usuários em pontos previamente definidos (nós de recolhimento). Estes pontos serão definidos por sua fácil acessibilidade, existência de local para parada, proximidade das casas dos usuários entre outros itens. A partir destes pontos, os ônibus dirigem-se para a empresa ou para os outros pontos de recolhimento, dependendo da rota a ser definida.

Buscando caracterizar os principais objetivos envolvidos nesta opção consultou-se uma tabela desenvolvida por Abrans e Di Renzo (1979) que trata dos principais objetivos perseguidos quando da adoção de um novo sistema de transporte. Após a consulta a esta tabela chegamos à conclusão de que os principais objetivos do operador seriam a minimização do custo (distância) e a maximização da precisão no horário de chegada dos ônibus na empresa, enquanto que do lado do usuário seriam a minimização do tempo total de viagem dos usuários no ônibus e a minimização da perda de tempo pela opção pelo novo sistema.

Classificaremos agora o problema segundo L. Bodin e B. Golden (1983):

A) Tamanho da frota: livre
B) Tipo da frota: homogênea
C) Local de partida dos veículos: único depósito
D) Local de chegada dos veículos: o mesmo da partida
E) Natureza da demanda: determinística
F) Local de demanda: nos nós
G) Tipo de rede: direcionada

H) Capacidade dos veículos: imposta
I) Tempo máximo de rotas: livre
J) Operação: coleta de passageiros
K) Custos: custos variáveis, ou custos de roteamento, os quais crescem linearmente com as distâncias percorridas.

Após estas caracterizações passaremos agora a formular o problema matematicamente.

2.1 Formulação matemática

Para definirmos matematicamente o problema utilizaremos as seguintes notações:

m = número de rotas de veículos, onde cada rota é percorrida por 1 veículo e onde k = { 1,...,m }
n = número de nós
i, j = nó tal que i = { 1,...,n } e j = { 1,...,n }; e quando
i ou j = 1 → nó de origem

2.1.1 Definição da função objetivo do problema:

Relativas ao operador:
1) Minimizar custos totais ou distância total percorrida (*Z1*)

$$Z1 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} C_{ij} * X_{ijk}$$

sendo

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, \text{ se existe ligação entre i e j} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

C_{ij} = custo de movimentação ou distância de i para j

2) Maximizar a precisão no horário de chegada na empresa (*Z2*)

Maximizar a precisão no horário de chegada na empresa é o mesmo que minimizar a diferença entre o horário desejado de chegada e o horário previsto pelo algoritmo de solução (*Z2*). Nesta função inviabilizaremos a rota cujo horário de chegada seja posterior ao horário desejado, o que acarretaria um atraso na produção.

$$Z2 = \sum_{k=1}^{m} T_k$$

$$T_k = H0 - Hr_k$$

$$\text{se } \begin{cases} H0 > Hr_k, \text{ então } T_k = H0 - Hr_k \\ H0 \leq Hr_k, \text{ então } T_k \rightarrow \infty \end{cases}$$

onde:

Ho = horário desejado de chegada na empresa geralmente arbitrado em 5 minutos antes do começo do horário de produção.
Hr_k = horário de chegada do ônibus que percorre a rota k, obtido pelo algoritmo.

Relativas ao usuário:

3) Minimização do tempo total do usuário no transporte.

Função que define o tempo total dos usuários no sistema (*Z3*)

$$Z3 = \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{m} T_{ij} * X_{ijk} * P_{ik} + \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{m} TP_{j} * X_{ijk} * P_{ik}$$

onde:

i e j começam do nó 2 pois o nó 1 é o depósito, logo nenhum usuário entra no ônibus no nó 1.

T_{ij}= tempo de deslocamento de i para j.

P_{ik}= total de passageiros no ônibus ou rota k até o nó i (incluindo os do nó i) obtido durante a execução do algoritmo.

TP_j = tempo de parada em j, obtido multiplicando o número de usuários no nó j pelo tempo gasto por uma pessoa em subir no ônibus. Este tempo unitário é estimado em 2 segundos.

A primeira parcela refere-se ao somatório do tempo de deslocamento entre os nós percorridos pelos usuários do sistema.

A segunda parcela refere-se ao somatório do tempo gasto pelos usuários parados em cada nó da rota a que pertencem.

4) Minimização da perda do tempo em casa devido a adoção do novo sistema (*Z4*). Será então a diferença entre o horário de recolhimento no nó e o horário desejado de recolhimento, que será definido no próximo item.

$$Z4 = \sum_{i=2}^{n} D_i * T_i$$

$$\text{se} \begin{cases} Hd_i < Ht_i, \text{ então } T_i = 0 \\ Hd_i \geq Ht_i, \text{ então } T_i = Hd_i - Ht_i \end{cases}$$

Ht_i = horário de recolhimento dado pelo algoritmo no nó i.

Hd_i = horário desejado de recolhimento no nó i. Será definido como o horário de saída de casa antes da adoção do novo sistema de transporte da empresa acrescido do tempo de viagem da casa ao local de recolhimento considerado. O Hd_i considerado para cada nó será o horário mais cedo obtido entre os usuários locados neste, o que garante que os demais usuários serão beneficiados.

D_i = demanda do nó i.

2.1.2 Restrições do Problema

As restrições do problema estudado possuem as mesmas características do problema clássico de roteamento de veículos. As funções que exprimem essas condições são:

---

1) Somente um veículo satisfaz a demanda de um nó, ou seja, é o veículo que visita o nó (um nó de demanda só pode estar alocado a uma única rota).

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} X_{ijk} = 1(j = 2,\ldots,n; i \neq j) chegada$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} X_{ijk} = 1(i = 2,\ldots,n; i \neq j) partida$$

2) Lei da conservação dos fluxos nos nós

$$\sum_{i=1}^{n} X_{iak} - \sum_{j=1}^{n} X_{ajk} = 0(k = 1,\ldots,m; a = 1,\ldots,n; a \neq i \neq j)$$

3) Garantia de circularidade na rede de forma a forcar os veículos que saíram do depósito a voltar ao mesmo.

$$\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{m} X_{1jk} = \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{m} X_{i1k}$$

4) Cada rota será abastecida por somente um ônibus.

$$\sum_{j=2}^{n} X_{1jk} \leq 1(k = 1,\ldots,m)$$

$$\sum_{i=2}^{n} X_{i1k} \leq 1(k = 1,\ldots,m)$$

5) Garantia que a capacidade do veículo seja respeitada.

$$\sum_{j=1}^{n} D_j \sum_{i=1}^{n} X_{ijk} \leq Q(k = 1,\ldots,m)$$

Q = capacidade do veículo

3.Metodologia Aplicada para obtenção da Solução

O problema acima descrito pode ser encarado como uma combinação de dois problemas. O primeiro seria o problema clássico de transportes por possuir as mesmas restrições e também uma das suas funções objetivos ser igual ao do mesmo. O segundo seria o problema de múltiplos objetivos já que ele possui 4 funções objetivo divergentes. A literatura referente ao assunto é restrita. No tratado de Current e Mind (1986) é dito que até então somente dois trabalhos tinham sido publicados sobre o assunto. Após pesquisas chegou-se a técnica proposta por Kikuchi, Teodorovic, Hohlacov (1991) que combina o algoritmo de Clarke-Wright com o método TOPSIS possibilitando a resolução de problemas de roteamento envolvendo múltiplos objetivos. Passaremos agora a descrever a técnica desenvolvida.

Na primeira parte da solução utilizaremos a idéia da heurística das economias desenvolvida em transporte por Clarke-Wright. Na apresentação da idéia eles utilizaram o algoritmo apenas na função objetivo distância, também presente no nosso problema. A seguir demonstraremos sua utilização nas demais funções.

3.1 Aplicação do Algoritmo de Clarke-Wright

Consideramos os nós i e j pertencentes ao conjunto N (1 ,..., n) de nós de coleta definidos para o problema estudado. Definiremos D_{ij} como a distância entre eles, sendo que o nó 1 será o depósito ou local de origem e chegada dos ônibus. Podemos calcular a distância total percorrida pelos ônibus para atender aos dois pontos de coleta isoladamente com:

$$D_t = D_{1i} + D_{i1} + D_{1j} + D_{j1} \quad (i \neq j)$$

Consideremos que agora os pontos não fossem atendidos isoladamente, mas em seqüência, ou seja, o ônibus visita i e depois vai até j. A distância total percorrida seria de:

$$D_t = D_{1i} + D_{ij} + D_{j1}$$

Logo vemos que há uma economia em se fixar os dois pontos em rota e que essa economia é calculada como a diferença entre as duas distâncias calculadas anteriormente, logo:

$$S (ij) = D_{i1} + D_{1j} - D_{ij}$$

No algoritmo de Clarke-Wright essa economia é calculada para cada par de nós. Com esse cálculo é possível colocar em ordem decrescente os pares de nós em função dos valores das economias encontradas em colocá-los em rota, com relação a atende-los isoladamente. Com essa tabela elaborada geram-se as rotas escolhendo os pares de nós que fornecem as maiores economias colocando-os em rota.

Procuraremos agora adaptar o algoritmo de economias para as demais funções. Antes disso analisaremos a função objetivo *Z2*.

O problema procura na função objetivo *Z2* obter a máxima precisão no horário da chegada. No item anterior esse desejo foi expresso como uma função objetivo, como uma tentativa de expressá-lo matematicamente. No entanto, se colocarmos esse desejo não como uma função objetivo e sim como uma restrição, como explicaremos abaixo, obteremos o máximo de precisão.

O horário de chegada na fábrica (Ho) passará agora a ser uma obrigação das rotas geradas tornando-se uma restrição, ou seja, deixando de ser representada como uma função objetivo do problema. Criaremos então uma restrição do tipo:

Horário de saída da rota + tempo total de rota = Ho

Essa restrição será utilizada no final do problema quando forem determinadas as rotas e seus tempos servindo então para a determinação do horário de começo das rotas. Até o momento já analisamos *Z1* e também *Z2* que deixou de ser função objetivo. Seguiremos a linha de análise das funções desenvolvidas por Clarke-Wright, procurando achar a "economia" de cada par de nós para cada função.

Usando o mesmo raciocínio usado em *Z1* para *Z3* calcularemos a "economia" de tempo para o usuário em se atender os nós em rota, ao invés de atende-los isoladamente:

T = tempo gasto pelos usuários quando os nós i e j são atendidos isoladamente

$$T_t = T_{i1} * D_i + T_{j1} * D_j$$

onde

T_{ij} = tempo de i para j

D_i = demanda em i

No caso acima os tempos da origem (ou do destino) para os nós não são contados devido ao fato de que nessas viagens nenhum usuário se encontra no ônibus.

Atendê-los em rota implica:

T_{tr} = tempo gasto pelos usuários quando os nós i e j são atendidos em rota

$$T_{tr} = T_{ij} * D_i + TP_j * D_i + (D_i + D_j) * T_{j1}$$

Fazendo agora a diferença obtemos:

$$T_w = T_t - T_{tr}$$
$$T_w = D_i * (T_{i1} - T_{ij} - T_{j1} - TP_j)$$

Utilizando a mesma idéia para *Z4* calcularemos então o atendimento dos nós isoladamente em primeiro lugar. A fim de se facilitar os cálculos iremos supor que os ônibus começam as suas rotas à 0:00 h. No entanto, as rotas podem ser iniciadas a qualquer horário depois deste, pois iremos trabalhar com diferenças de horários. Chegamos então a seguinte expressão aritmética que exprime a perda de tempo do usuário:

$$Z4 = \sum_{i=1}^{n} D_i * T_i$$

$$\text{se} \begin{cases} Hd_i \geq Ht_i \Rightarrow T_i = Hd_i - Ht_i \\ Hd_i < Ht_i \Rightarrow T_i = 0 \end{cases}$$

A seguir passa-se a levar em conta o cálculo de T_i isoladamente. Como o horário de saída será 0:00 hora, temos que:

$$Ht_i = T_{1i}$$

Analogamente para T_j isoladamente temos:

$$\text{se} \begin{cases} Hd_j - Ht_j, & \text{se } Hd_j - Ht_j \\ 0 & \text{, se } Hd_j - Ht_j \end{cases}$$

Assim como $Ht_j = T_{1j}$

Logo o tempo total perdido (T_t) para os nós i e j atendidos isoladamente vale:

$$T_t = D_i * T_i + D_j * T_j$$

No entanto, o tempo perdido para os 2 nós em rota(T_{tr}) vale:

$$T_{tr} = D_i * T_i + D_j * T_{jr}$$

onde: T_{tr} é o tempo gasto pelos usuários quando o nó j faz parte da rota.

Desta forma tem-se o horário de recolhimento dado pelo algoritmo no nó j quando este nó esta na rota:

$$Ht_{jr} = T_{1i} + TP_i + T_{ij}$$

A diferença entre servir os 2 nós em rota e servi-los isoladamente é dada por T_s :

$$T_s = T_t - T_{tr} = D_j * (T_j - T_{jr})$$

Há quatro casos possíveis, a saber:

1) se

$$Ht_{rj} \leq Hd_j \quad e \quad Ht_j \leq Hd_j$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$T_{jr} = Hd_j - Ht_{rj} \qquad T_j = Hd_j - T_{1j}$$

$$T_s = D_j * (T_{1i} + TP_i + T_{ij} + T_{1i}$$

2) se

$$Ht_{rj} \leq Hd_j \quad e \quad Ht_j > Hd_j$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$T_{jr} = Hd_j - Ht_{rj} \qquad T_j = 0$$

$$T_s = D_j * (T_{1i} + TP_i + T_{ij} - Hd_j)$$

3) se

$$Ht_{rj} > Hd_j \quad e \quad Ht_j \leq Hd_j$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$T_{jr} = 0 \qquad T_j = Hd_j - T_{1j}$$

$$T_s = D_j * (H_{dj} - T_{1j})$$

4) se

$$Ht_{rj} > Hd_j \quad e \quad Ht_j > Hd_j$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$T_{jr} = 0 \qquad T_j = 0$$

$$T_s = 0$$

Neste momento foram definidas todas as expressões que calculam as economias para cada par de nós em relação a cada função objetivo. No algoritmo de Clarke-Wright o problema possuía somente uma função objetivo. No nosso problema chegamos a três funções objetivos diferentes o que nos impossibilita usarmos a continuação do algoritmo. Existem então três tipos de classificações diferentes para os pares (distância, tempo do usuário no transporte, tempo perdido em casa pelo usuário), tornando-se necessário para o uso do algoritmo de Clarke-Wright uma classificação dos pares em função de um único índice que expresse as grandezas analisadas. Para conseguir obter esse critério único de classificação foi usada uma técnica desenvolvida para a solução de problemas de múltiplos atributos chamada TOPSIS.

3.2 TOPSIS

O algoritmo TOPSIS foi utilizado para auxiliar a solução do problema por diversas características tais como, permitir a utilização de pesos nas funções objetivo, por ser de fácil utilização matemática e fornecer uma saída que se encaixa perfeitamente no algoritmo de Clarke-Wright.

Atribuiremos os pesos W1, W2, W3 respectivamente para as funções objetivo *Z1*, *Z3* e *Z4*. Chamaremos a partir de agora a fim de se adaptar a nomenclatura de TOPSIS as funções objetivo *Z1*, *Z3* e *Z4* de respectivamente X1, X2 e X3.

O método TOPSIS trabalha com índices de performance para cada alternativa na satisfação dos diferentes objetivos separadamente e reúne os mesmos em uma matriz decisória. Para tanto são definidas duas situações, a primeira que será a melhor situação (ideal) e a outra que seria a pior situação (ideal negativa). Para cada alternativa é calculada a distância tanto da melhor situação quanto da pior, obtendo então um índice para cada alternativa. O TOPSIS classificará as alternativas baseadas nesses índices, no qual a melhor possível apresentará o maior índice enquanto que a pior terá o menor índice.

Definiremos como D a matriz cujos elementos sejam os resultados obtidos por cada alternativa em relação a cada função objetivo:

$$
\begin{array}{l} D = A1 \\ \quad\; A2 \\ \quad\; \vdots \\ \quad\; \vdots \\ \quad\; Ae \end{array}
\begin{bmatrix} X1 & X2 & X3 \\ X11 & X12 & X13 \\ X21 & X22 & X23 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Xe1 & Xe2 & Xe3 \end{bmatrix}
$$

onde:

A1, A2, ..., Ae são as alternativas ou pares de nós.
X1, X2, X3 são as funções objetivo em estudo.

A matriz acima, chamada de matriz de decisão neste próximo passo, será normalizada a fim de se obter elementos adimensionais. Para se normalizar usa-se a norma do vetor (cada coluna da matriz de decisão) que está se analisando. A norma é definida por:

$$\text{NORMAVETOR} = J = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} X_{ij}^{2}}$$

Cada elemento da nova matriz será obtido fazendo-se a divisão do mesmo pela norma do vetor a que ele pertence.

No passo seguinte multiplica-se cada coluna da matriz pelo seu peso associado. Cada coluna refere-se a uma função objetivo. Obtemos assim a Matriz Normalizada com seus respectivos pesos. O próximo passo consiste na determinação da solução ideal e da solução ideal negativa.

Chamaremos de solução ideal uma solução fictícia que possua os maiores valores de cada coluna associada a benefícios e os menores de cada uma associada a "custos", enquanto que a ideal negativa se comporta de maneira inversa. No nosso caso temos que:

$$A^{+} = \{ \max Vg1, \max Vg2, \max Vg3 \} = \{ V1^{+}\ V2^{+}\ V3^{+} \}$$

onde Vgh = elemento da matriz normalizada com os respectivos pesos.

$$g = \{ 1, 2, ..., e \}$$
$$A^{-} = \{ \min Vg1, \min Vg2, \min Vg3 \} = \{ V1^{-}\ V2^{-}\ V3^{-} \}$$

As distâncias tanto da solução ideal quanto da ideal negativa são definidas pela distância euclidiana:

$$\text{ideal } Sg^{+} = \sqrt{\sum_{h=1}^{3}\left(Vgh - Vh^{+}\right)^{2}} \quad (g = 1,\ldots,e)$$

$$\text{ideal negativa } Sg^{-} = \sqrt{\sum_{h=1}^{3}\left(Vgh - Vh^{-}\right)^{2}} \quad (g = 1,\ldots,e)$$

A proximidade relativa da alternativa g à solução ideal é dada pela relação a seguir:

$$Cg = Sg^{-} / (Sg^{+} + Sg^{-})$$

Este então será o índice único que será utilizado como valor de cada alternativa no algoritmo de Clarke-Wright. Classificando as alternativas baseado neste índice podemos usar o algoritmo de Clarke-Wright obtendo as rotas de solução, que pelo fato de usarmos heurísticas não se pode afirmar que sejam ótimas, mas que estão muito próximas das mesmas.

Baseado nesta metodologia acima descrita foi desenvolvido um programa de computador que resolve o problema da seguinte maneira:

passo 1: O programa lê os seguintes dados de entrada: posição cartesiana dos nós, demanda dos nós, número total de usuários do sistema, capacidade do veículo a ser usado, tempo de viagem entre os nós, número de nós, tempo necessário para um usuário entrar no ônibus, os pesos de cada função objetivo e o horário desejado de coleta em cada nó.

passo 2: Calcula as distâncias entre os nós (em linha reta).

passo 3: Calcula os valores de cada objetivo (S_{ij}, T_{wij}, T_{sij}) para cada par de nós.

passo 4: Utiliza o método TOPSIS e classifica as alternativas em ordem decrescente de acordo com o índice Cg definido anteriormente.

passo 5: Utiliza o algoritmo de Clarke-Wright para gerar as rotas baseado na classificação obtida anteriormente.

passo 6: Imprime os dados de saída que são as rotas e seus tempos de duração, bem como a ocupação de cada ônibus.

Com esta saída do programa devemos fazer a seguinte operação: diminuir o tempo de cada rota do horário desejado de chegada na fábrica obtendo o horário de início de cada rota.

4. Exemplo

Na intenção de verificar a validade do algoritmo e do programa desenvolvido foi criado um exemplo com 21 nós, com as seguintes características:

A demanda total do sistema é de 132 passageiros distribuídos em 20 pontos de coleta.

TABELA 1

NÓS	POSIÇÃO CARTESIANA (X, Y)	DEMANDA	Hd_i
0 (sede)	(160, 70)	--	--
1	(40, 150)	10	7 : 19
2	(70, 150)	5	7 : 20
3	(100, 130)	4	7 : 35
4	(100, 160)	3	7 : 34
5	(140, 160)	6	7 : 35
6	(160, 120)	7	7 : 43
7	(190, 150)	5	7 : 37
8	(210, 130)	6	7 : 39
9	(240, 120)	5	7 : 39
10	(250, 80)	8	7 : 43
11	(240, 60)	7	7 : 45
12	(260, 20)	10	7 : 46
13	(210, 10)	5	7 : 46
14	(160, 30)	8	7 : 49
15	(70, 20)	9	7 : 43
16	(70, 80)	7	7 : 20
17	(30, 90)	6	7 : 18
18	(50, 90)	6	7 : 21
19	(30, 130)	7	7 : 20
20	(50, 120)	8	7 : 17

Os tempos de viagem para facilitar os cálculos foram considerados simétricos.

TABELA 2 - Matriz dos tempos de viagem entre os nós

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	-																				
1	25	-																			
2	20	5	-																		
3	13	13	9	-																	
4	17	10	5	5	-																
5	14	15	11	8	7	-															
6	8	21	17	7	9	7	-														
7	13	25	20	12	12	8	6	-													
8	12	28	23	14	15	10	8	3	-												
9	12	33	25	18	19	13	13	7	5	-											
10	9	30	30	19	20	15	14	13	10	6	-										
11	6	28	29	19	22	20	15	14	10	7	2	-									
12	7	29	27	20	25	24	17	17	14	11	4	3	-								
13	6	25	23	20	22	21	14	16	12	12	9	7	4	-							
14	3	21	19	17	19	17	11	15	11	12	11	9	8	4	-						
15	8	18	18	16	19	20	16	22	21	22	18	15	16	10	8	-					
16	18	14	14	11	12	14	11	16	16	18	16	15	17	13	12	4	-				
17	21	10	12	12	14	17	16	21	21	22	21	20	27	23	19	6	6	-			
18	19	9	10	11	13	17	13	18	19	21	18	17	25	21	16	5	4	3	-		
19	22	3	8	10	12	16	16	21	19	23	22	23	28	31	27	12	13	6	8	-	
20	18	6	7	8	10	15	14	19	18	21	24	22	24	27	23	10	7	5	5	3	-

tempo de embarque = 2,0 seg/passageiro

A seguir apresentaremos uma tabela contendo as capacidades adotadas nos exemplos, assim como os diferentes pesos utilizados para o problema acima. A tabela apresentará também as rotas soluções com suas distâncias percorridas e o tempo gasto para percorre-las.

TABELA 3 - Combinação dos pesos e resultados das simulações

1	$W_1 = 0{,}00$	$W_2 = 0{,}00$	$W_3 = 0{,}00$	**6**	$W_1 = 0{,}33$	$W_2 = 0{,}33$	$W_3 = 0{,}34$
2	$W_1 = 0{,}00$	$W_2 = 0{,}33$	$W_3 = 0{,}67$	**7**	$W_1 = 0{,}33$	$W_2 = 0{,}00$	$W_3 = 0{,}67$
3	$W_1 = 0{,}00$	$W_2 = 0{,}67$	$W_3 = 0{,}33$	**8**	$W_1 = 0{,}67$	$W_2 = 0{,}00$	$W_3 = 0{,}33$
4	$W_1 = 0{,}00$	$W_2 = 1{,}00$	$W_3 = 0{,}00$	**9**	$W_1 = 0{,}67$	$W_2 = 0{,}33$	$W_3 = 0{,}00$
5	$W_1 = 0{,}33$	$W_2 = 0{,}67$	$W_3 = 0{,}00$	**10**	$W_1 = 1{,}00$	$W_2 = 0{,}00$	$W_3 = 0{,}00$

Capacidade do veículo (Q)	Combinação dos pesos	Número de rotas	Tempo total das rotas	Distância total percorrida (km)	Tempo dos usuários
20	1	**8**	481'24"	359,740	3.312'28"
20	2	9	466'24"	351,141	2.583'32"
20	3	11	438'24"	338,860	1.867'10"
20	4	16	467'24"	338,085	**1.799'32"**
20	5	9	282'24"	207,026	1.899'46"
20	6	**8**	395'24"	285,529	2.430'20"
20	7	**8**	459'24"	344,094	3.123'32"
20	8	**8**	283'24"	206,182	2.099'48"
20	9	**8**	**255'24"**	191,960	1.866'12"
20	10	**8**	**255'24"**	**189,495**	1.961'12"
32	1	**5**	480'24"	357,372	6.244'32"
32	2	8	470'24"	347,643	3.304'36"
32	3	11	438'24"	338,861	1.867'10"
32	4	16	467'24"	338,085	**1.799'32"**
32	5	6	238'24"	169,505	2.107'04"
32	6	8	397'24"	283,766	2.423'28"
32	7	**5**	462'24"	344,665	5.945'16"
32	8	**5**	213'24"	158,436	2.284'24"
32	9	**5**	**188'24"**	149,095	2.146'46"
32	10	**5**	**188'24"**	**146,504**	2.209'14"
46	1	4	476'24"	355,165	6.716'56"
46	2	7	449'24"	338,229	4.068'48"
46	3	11	438'24"	338,860	1.867'10"
46	4	16	467'24"	338,085	**1.799'32"**
46	5	4	**148'24"**	137,698	2.342'18"
46	6	7	378'24"	271,108	2.788'48"
46	7	4	474'24"	350,809	7.085'42"
46	8	**3**	179'24"	127,367	3.511'24"
46	9	4	175'24"	127,580	2.599'00"
46	10	**3**	155'24"	**115,870**	3.332'36"

5. Análise dos Resultados

Como primeira análise feita sobre o algoritmo, constata-se que o desempenho do mesmo é satisfatório, pois gera a programação de roteamento de maneira rápida.

Além disso, após a verificação dos números apresentados na tabela acima, vemos que as funções objetivo *Z1* e *Z3* apresentam valores que variam inversamente ao valor do seu peso. Ou seja, quanto maior o peso da função, menor é o valor da mesma, resultado este que mostra a coerência do algoritmo apresentado já que o problema busca a minimização destas funções. Como exemplo podemos citar as combinações de n° 10 e de n° 4 que apresentam respectivamente os valores 1,0 para os pesos W1 e W3 e valores 0,0 para os demais pesos. Os resultados para estas combinações apresentam o valor mínimo para *Z1* (n° 10) e o mínimo para *Z3* (n° 4).

Em relação a *Z4* podemos verificar a sua aplicabilidade através da verificação do tempo das rotas, pois o *Z4* é relativo à diferença entre o horário desejado de coleta e o obtido pelo algoritmo quando o primeiro é maior que o segundo. Isto implica que a minimização desta diferença é obtida quando houver o máximo de retardo no horário de coleta dos usuários, pois assim o horário de coleta será mais tarde ou próximo ao horário desejado. Com este raciocínio é lógico pensar que para as combinações que apresentam os valores altos de W3, os valores dos tempos das rotas serão altos, já que quanto mais as rotas forem demoradas, mais tarde os usuários serão coletados.

Analisando a tabela acima, vemos que os maiores valores dos tempos totais das rotas apresentam-se para as combinações de n° 1 (valor de W3 igual a 1,0), e valores altos para os demais que apresentam valores altos para W3, o que mostra mais uma vez a coerência das respostas apresentadas pelo algoritmo.

Outro modo de verificar as soluções para *Z4* é a análise dos valores de Cg dos pares alternativos que são impressos na resposta do programa, e verificar se os pares com altos valores se encontram em rota, o que podemos constatar facilmente. A explanação acima nos permite atribuir um alto grau de confiabilidade à solução proposta neste trabalho e implementado em linguagem TurboPascal (para microcomputadores).

6. Conclusão

O trabalho apresentado resolve o problema de roteamento com múltiplos objetivos para o caso do sistema de ônibus fretado, permitindo uma grande flexibilidade na variação de importância dos objetivos com a introdução dos pesos dos mesmos como dado de entrada do problema. O trabalho ainda apresenta um exemplo no qual se mantém constante a rede, variando os pesos atribuídos às funções objetivo e a capacidade do veículo, permitindo uma rápida análise de sensibilidade. O programa desenvolvido baseado na técnica estudada atingiu o seu objetivo permitindo obter as soluções de maneira simples, rápida e clara.

Sua limitação de utilização em relação ao número de nós a serem utilizados depende da memória da máquina em que ele for rodado. A técnica de solução aqui utilizada pode ser empregada em qualquer problema de roteamento que permita a comparação entre os índices obtidos pelos pares de nós nas diferentes funções objetivo que forem analisadas.

O programa desenvolvido não se limita à solução deste problema, pois pode-se utilizá-lo tanto para passageiros quanto para mercadorias. Pode-se aplicar o mesmo método para uma empresa que deve realizar o transporte de uma matéria-prima que deve ficar o menor tempo possível em trânsito. Para resolver esse problema poderíamos usar o programa desenvolvido, colocando a quantidade de matéria a ser coletada em cada ponto como a demanda de entrada, a capacidade do transporte em função da unidade de transporte da mercadoria, e atribuindo os valores de W1 e W2 de acordo com a necessidade. Com estas características poderíamos definir W3 = 0, pois a função de *Z4* não seria utilizada.

Outros inúmeros problemas podem ser resolvidos por este programa dependendo da capacidade de adaptação que o usuário possuir. Isto deve-se ao fato do algoritmo permitir, através da atribuição de pesos às funções objetivo, que sejam utilizados no problema somente uma das três funções ou qualquer combinação das mesmas dependendo da característica do problema a ser estudado.

7. Bibliografia

1- KIKUCHI, S., TEODOROVIC, D., HOHLACOV, D. A routing and scheduling method in considering trade-off between the user's and operator's objectives, *Transportation Planning and Technology*, v. 16, p. 63-75, 1991.

2- HWANG, C. L., YOON, K. *Multiple attribute decision making*. Berlin: Springer, 1981, 259 p.

3- CLARKE, G., WRIGHT, J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, p. 568-581,1964.

4- BODIN, L., GOLDEN, B. Classification in vehicle routing and scheduling, *Networks*, v. 11, p. 97-108, 1981.

5- ABRANS, DI RENZO. Measures of effectiveness for multimodal urban traffic management, *Transportation Research*, v. 2, p. 323, 1979.

6- BODIN, L. ,GOLDEN B. Routing and scheduling of vehicles crews: the state of the art, *Computers and Operations Research*, , v. 10, p. 60-221,1983

7- CURRENT, J., MIN, H. K. Multi-objective design of transportation networks: taxonomy and annotation, *European Journal of Operation Research*, v. 26, p. 187-201, 1986.

8- SOUZA, A. *Uma contribuição à solução do problema de roteamento considerando os objetivos conflitantes dos usuários e operadores (sistema de ônibus fretado)*, Rio de Janeiro: COPPE-UFRJ, 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) - COPPE-UFRJ, 1993.